УДК 629.7.015

А. Г. Казак, Р. В. Карнаушенко, О. П. Мариношенко

ІДЕНТИФІКАЦІЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ БОКОВОГО РУХУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

Вступ

Важливою вимогою при розробці автопілотів є забезпечення високих динамічних властивостей при істотній параметричній невизначеності. Адаптивне керування є одним з основних методів вирішення таких проблем як точне і швидке визначення поточних параметрів під час польоту.

Задачі керування літальним апаратом (ЛА) в широких діапазонах зміни кутів атака, ковзання, кутових швидкостей потребують ідентифікації у широкому діапазоні, в якому сили та моменти є суттєво нелінійними функціями від значної кількості параметрів і не допускають простої апроксимації [1].

Аеродинамічні коефіцієнти, залежать від параметрів польоту і в загальному випадку описуються таблично заданими нелінійними функціями, що містять від кількох сотень до кількох тисяч елементів. Інше, більш серйозне, обмеження полягає в тому, що сучасна аеродинаміка не гарантує високої точності параметрів моделі, одержуваної до початку льотних випробувань (ЛВ) [2].

У даній статті будуть поглиблені ідеї щодо створення прогнозуючого модуля [2] та визначення невідомих аеродинамічних похідних шляхом вирішення зворотної задачі керування [3].

Постановка задачі

Метою є розробка алгоритму адаптивної ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів бокового руху неманевреного ЛА та обґрунтування співвідношень для їх визначення й уточнення з можливістю прогнозування значень аеродинамічних коефіцієнтів на невеликих проміжках часу.

Недоліки лінеаризації рівнянь бокового руху літака

Повна система диференціальних рівнянь, що описує боковий рух літака (з урахуванням припущень для ізольованого бокового руху) має наступний вигляд [6]:

$$
\begin{aligned}
&-mV\dot{\Psi} = -P\sin\beta\cos\gamma_a + Y_a\sin\gamma_a + Z_a\cos\gamma_a;\\
&J_x\dot{\omega}_x = M_x; \quad J_y\dot{\omega}_y = M_y; \quad \dot{\psi} = \omega_y\cos\gamma; \quad \dot{\gamma} = \omega_x;\\
&\sin\beta = \cos\gamma\sin(\psi - \Psi); \quad \cos\gamma_a = \cos\gamma;\\
&\dot{Z}g = -V\sin\Psi.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Система рівнянь (1) є нелінійною, оскільки містить у своєму складі функціональні залежності для бокової сили, аеродинамічного моменту крену та аеродинамічного моменту рискання:

$$
\begin{aligned}
Z_a &= c_{za}(\beta,\delta_н)\frac{\rho V^2}{2}S;\\
M_x &= m_x(\beta,\omega_x,\omega_y,\delta_э,\delta_н)\frac{\rho V^2}{2}S\cdot l;\\
M_y &= m_y(\beta,\omega_x,\omega_y,\delta_э,\delta_н)\frac{\rho V^2}{2}S\cdot l.
\end{aligned} \tag{2}
$$

Аеродинамічні сили та моменти, які представлені у формулі (2), залежать від швидкості польоту та від густини повітря (напряму через доданок $\frac{\rho V^2}{2}$), і характеризуються своїми аеродинамічними коефіцієнтами, які у свою чергу не лінійно залежать від параметрів польоту (в основному від β, ω_x, ω_y, які у свою чергу теж залежать від висоти та швидкості польоту, а також від відхилень керма напрямку та елеронів. Для ілюстрації суттєвої нелінійності функціональної залежності аеродинамічних коефіцієнтів на рис. 1 представлена залежність аеродинамічного моменту рискання m_y від осьової координати $\overline{x}$ (місця знаходження літака вздовж осі трампліна) для різних кутів атаки α та кутів натікання зовнішнього потоку β [7].

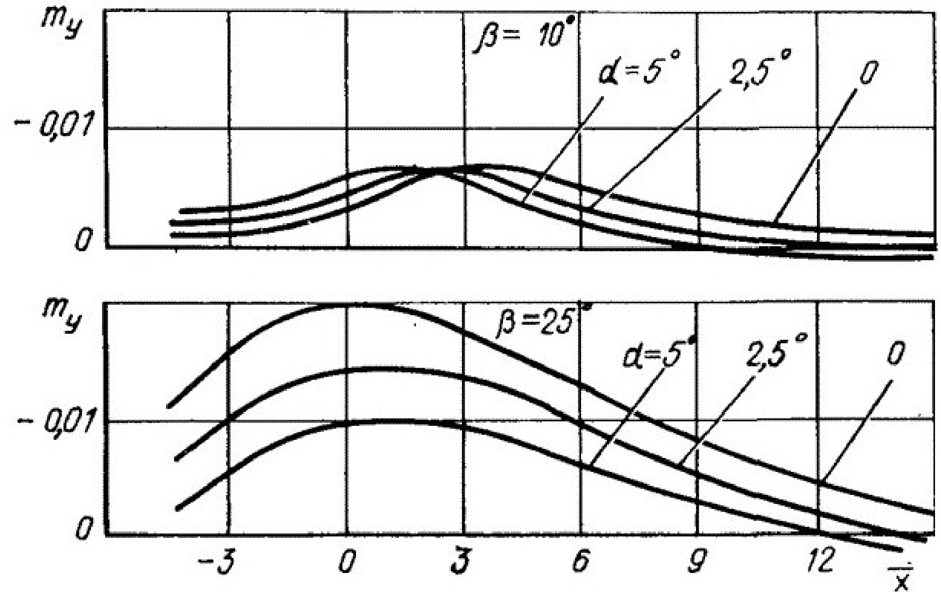

Рис. 1. Залежність аеродинамічного моменту рискання m_y від відносного положення літака вздовж осі трампліна $\overline{x}$

Зазвичай систему диференційних рівнянь (1) спрощують за допомогою лінеаризації шляхом розкладу нелінійних функцій (залежностей аеродинамічних коефіцієнтів) у ряд Тейлора. Але при такому методі спрощення мають місце наступні суттєві обмеження.

Просторовий рух літака досить повно описується системою нелінійних диференціальних рівнянь 10...12 порядку. Окремі аеродинамічні коефіцієнти, які суттєво впливають на параметри руху літака, можуть мати похибки 30...50 відсотків, а іноді і більше [2].

Обмеження полягають у тому що при розкладі у ряд Тейлора нелінійних коефіцієнтів бокової сили $c_{za}(\beta,\delta_н)$, аеродинамічного моменту крену $m_x(\beta,\omega_x,\omega_y,\delta_э,\delta_н)$ та аеродинамічного моменту рискання $m_y(\beta,\omega_x,\omega_y,\delta_э,\delta_н)$ визначаються шляхом традиційних методів з використанням льотних випробувань (ЛВ) *дискретно*. Для певних значень ненульових кутів крену та ковзання, швидкості та висоти польоту (режим так званого програмного польоту) отримують певні дискретні значення коефіцієнтів розкладу у ряд Тейлора. Результат, отриманий у результаті процедури лінеаризації не описує з високою точність зміну параметрів математичної моделі, а також через суттєву нелінійність зміни аеродинамічних коефіцієнтів дискретні значення цих параметрів не дають повної картини поведінки функціональної залежності цих коефіцієнтів.

Метод ідентифікації на основі синтезу адаптивної системи

Основна ідея методики полягає в наступному: синтезувати адаптивну систему, яка усуває неузгодженість між розрахованим значення фазової координати $\overline{x}_p$, по якій проводиться ідентифікація, та значенням, яке взяте із запису ЛВ $\overline{x}_n$ (рис. 2).

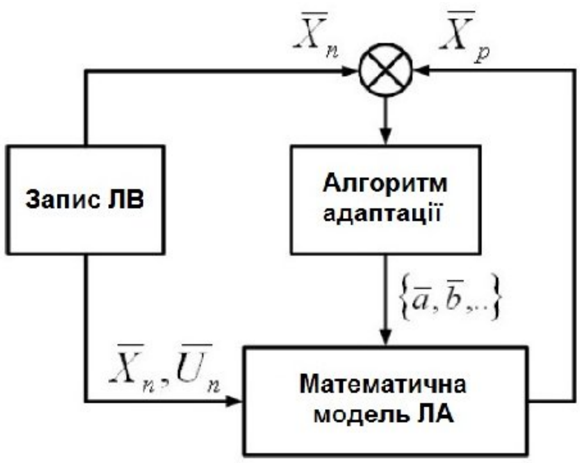

Рис. 2. Блок схема методики ідентифікації аеродинамічних

коефіцієнтів на основі синтезу адаптивної системи

Моделювання зміни в часі фазової координати ведеться на основі записів ЛВ інших фазових координат і математичної моделі ЛА. Однак, на відміну від класичної постановки завдання синтезу слідкуючої системи (у якій керована величина повинна слідкувати за невідомою функцією задавального впливу), в даному випадку знаходиться не закон керування, який вже є у вигляді запису відхилення рульових поверхонь $\overline{U}_n$, а керована величина – залежність для аеродинамічних коефіцієнтів $\overline{a}, \overline{b}, \ldots$.

Після обробки записів зміни параметрів руху літака за запропонованим алгоритмом отримаємо значення аеродинамічних коефіцієнтів як функції часу для досить невеликих змін параметрів польоту літака та як функції від кутів, кутових швидкостей та відхилень рульових органів для зміни параметрів польоту у значних межах. Параметром у першому випадку є час, а саме рівняння - лінійна комбінація аргументів, від яких залежить той чи інший аеродинамічний коефіцієнт. У другому випадку параметрами є кути повороту літака, кутові швидкості, перевантаження та відхилення рульових поверхонь. Залежності аеродинамічних коефіцієнтів для другого випадку мають наступний вигляд:

$$C_z(\beta, \omega_y, \delta_{рн}, \delta_{ел}, \delta_{інт}) = C_z^{\beta}(\beta) + C_z^{\omega_y}(\omega_y) + C_z^{\delta_{рн}}(\delta_{рн}) + C_z^{\delta_{ел}}(\delta_{ел}) + C_z^{\delta_{інт}}(\delta_{інт});$$

$$m_x(\beta, \delta_{рн}, \delta_{ел}, \delta_{інт}, \overline{\omega}_x, \overline{\omega}_y) = m_x^{\beta}(\beta) + m_x^{\delta_{рн}}(\delta_{рн}) + m_x^{\delta_{ел}}(\delta_{ел}) + m_x^{\delta_{інт}}(\delta_{інт}) + \\ + m_x^{\overline{\omega}_x}(\overline{\omega}_x) + m_x^{\overline{\omega}_y}(\overline{\omega}_y);$$

$$m_y(\beta, \delta_{рн}, \delta_{ел}, \delta_{інт}, \overline{\omega}_x, \overline{\omega}_y) = m_y^{\beta}(\beta) + m_y^{\delta_{рн}}(\delta_{рн}) + m_y^{\delta_{ел}}(\delta_{ел}) + m_y^{\delta_{інт}}(\delta_{інт}) + \\ + m_y^{\overline{\omega}_x}(\overline{\omega}_x) + m_y^{\overline{\omega}_y}(\overline{\omega}_y).$$

Розглянемо застосування запропонованої вище ідеї для визначення (відновлення) параметрів бокового руху неманевреного літака без автоматичної системи поліпшення стійкості і керованості. Тобто розглянемо детальніше випадок невеликої зміни параметрів польоту.

На першому етапі необхідно уточнити структуру і параметри приводів керма напряму та елеронів. Після цього уточнення можна приступати безпосередньо до ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів, що визначають бічний рух літака. Обчислюємо кут ковзання β:

$$\dot{\beta} = \frac{g}{V} n_z + \omega_y + \omega_x \sin\alpha + \frac{g}{V} \sin\gamma \qquad (3)$$

Однак, потрібна корекція запису, яка виконується на основі якісного збігу кута ковзання, отриманого інтегруванням рівняння (3) і обчисленого за формулою:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{C_z^{\beta}}\left(\frac{mgn_z}{qS} - C_z^{\delta_{рн}}\delta_{рн} - C_z^{\delta_{інт}}\delta_{інт}\right).$$

Константи C_z^{β}, $C_z^{\delta_{рн}}$ и $C_z^{\delta_{інт}}$ - беруться безпосередньо із продувок. Таким чином уточнюються записи $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$ та відновлюється залежність $\beta(t)$. У формулах n_z - бокове перевантаження, $\delta_{рн}$ - кут відхилення керма напрямку, $\delta_{інт}$ - кут відхилення інтерцепторів.

Відновлення коефіцієнта бічної сили $C_z = f(t)$ як функції від часу будемо здійснювати скориставшись записом бокового перевантаження й формулою:

$$C_z = \frac{mgn_z}{qS}.$$

Цю формулу отримаємо використовуючи вираз для бічного перевантаження (перевантаження - відношення суми векторів тяги та повної аеродинамічної сили до величини сили тяжіння). Вектор перевантаження характеризує маневреність літака, оскільки він враховує величину і напрям сил, змінюючи які можна керувати польотом.

Приймаємо за вихідну модель параметричне рівняння:

$$C_z(t) = C_z^{\beta}\beta(t) + C_z^{\varpi_y}\varpi_y(t) + C_z^{\delta_{рн}}\delta_{рн}(t) + C_z^{\delta_{ел}}\delta_{ел}(t) + C_z^{\delta_{інт}}\delta_{інт}(t). \qquad (4)$$

Маючи записи $\beta(t)$, $V(t)$, $\omega_y(t)$, $\delta_{рн}(t)$, $\delta_{інт}(t)$ та $\delta_{ел}(t)$ визначаємо за допомогою методу найменьших квадратів (МНК) із виразу (4) значення коефіцієнтів C_z^{β}, $C_z^{\omega_y}$, $C_z^{\delta_{рн}}$, $C_z^{\delta_{ел}}$, $C_z^{\delta_{інт}}$. За допомогою МНК мінімізуємо квадратичну функцію відхилень:

$$F(C_z^{\beta}, C_z^{\varpi_y}, C_z^{\delta_{рн}}, C_z^{\delta_{ел}}, C_z^{\delta_{інт}}) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \to \min,$$

де $y_i = C_z(t_i)$, $\hat{y}_i = C_z^{\beta}\beta(t_i) + C_z^{\omega_y}\omega_y(t_i) + C_z^{\delta_{рн}}\delta_{рн}(t_i) + C_z^{\delta_{ел}}\delta_{ел}(t_i) + C_z^{\delta_{інт}}\delta_{інт}(t_i)$.

З виразів часткових похідних визначаємо систему рівнянь для знаходження шуканих коефіцієнтів. Розглянемо як працює алгоритм на прикладі отримання рівняння (одного із системи) з похідної функції відхилень по C_z^{β}:

$$\frac{\partial F(C_z^{\beta}, C_z^{\varpi_y}, C_z^{\delta_{рн}}, C_z^{\delta_{ел}}, C_z^{\delta_{інт}})}{\partial C_z^{\beta}} = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)\cdot\beta(t_i) = 0;$$

$$C_z^{\beta}\cdot\sum_{i=1}^{n}\beta^2(t_i) + C_z^{\omega_y}\sum_{i=1}^{n}\omega_y(t_i)\cdot\beta(t_i) + C_z^{\delta_{рн}}\sum_{i=1}^{n}\delta_{рн}(t_i)\cdot\beta(t_i) +$$

$$+C_z^{\delta_{ел}}\sum_{i=1}^{n}\delta_{ел}(t_i)\cdot\beta(t_i) + C_z^{\delta_{інт}}\sum_{i=1}^{n}\delta_{інт}(t_i)\cdot\beta(t_i) = \sum_{i=1}^{n}y_i\cdot\beta(t_i);$$

$$C_z^{\beta}\cdot\overline{\beta}^2+C_z^{\omega_y}(\overline{\omega_y(t_i)\cdot\beta(t_i)})+C_z^{\delta_{рн}}(\overline{\delta_{рн}(t_i)\cdot\beta(t_i)})+$$
$$+C_z^{\delta_{ел}}(\overline{\delta_{ел}(t_i)\cdot\beta(t_i)})+C_z^{\delta_{інт}}(\overline{\delta_{інт}(t_i)\cdot\beta(t_i)})=\overline{y_i\cdot\beta(t_i)}.$$

Аналогічно отримаємо інші рівняння з невідомими коефіцієнтами, які утворюють систему п'яти рівнянь з п'ятьма невідомими.

Наступний етап відновлення параметрів бічного руху - визначення моментних характеристик літака. Щоб відновити аеродинамічні коефіцієнти, що визначають динаміку зміни крену та рискання літака, необхідно отримати залежності $m_x=f(t)$ та $m_y=f(t)$ (коефіцієнти поперечного моменту та моменту рискання відповідно) для кожного із записів ЛВ.

Кутовий рух крену і рискання ЛА описується наступною системою диференційних рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x&=\frac{qSl}{I_xI_y-I_{xy}^2}(I_ym_x+I_{xy}m_y);\\ \dot{\omega}_y&=\frac{qSl}{I_xI_y-I_{xy}^2}(I_{xy}m_x+I_xm_y).\end{aligned}\tag{5}$$

де I_x, I_y, I_{xy} - відповідні моменти інерції літака, l - розмах крила.

Згідно методики, яка використовується необхідно синтезувати для системи слідкуючу систему, шуканими «керуваннями» якої є коефіцієнти m_x и m_y. Цілями керування є виконання рівностей $\omega_{xp}-\omega_{xn}=0$ та $\omega_{yp}-\omega_{yn}=0$. Індекси p та n відповідно означають розрахункове та польотне (із записів ЛВ) значення кутової швидкості. Синтез слідкуючої системи виконаємо методом АКАР (метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів) проф. А. А. Колесникова [8]. Вибір саме цього методу обумовлений насамперед тим, що він дозволяє отримати закон керування у вигляді алгебраїчного рівняння. Синергетичні системи, синтезовані методом АКАР, володіють робастною стійкістю до параметричних збурень.

Базові положення методу АКАР: 1) формування розширеної системи диференціальних рівнянь, що відображає процеси відпрацювання впливів, які задаються, придушення збурень, оптимізацію, спостереження координат і т.д.; 2) формування таких "зовнішніх" сигналів керування, які забезпечують редукцію надлишкових ступенів свободи розширеної системи; 3) формування між "внутрішніми" координатами системи таких зв'язків, які забезпечують досягнення поставленої мети керування.

В результаті отримаємо наступні вирази для законів керування:

$$
\begin{aligned}
m_x &= \frac{1}{qSl}\left[\frac{I_{xy}}{T_2}(\omega_{yp} - \omega_{yn}) - \frac{I_x}{T_1}(\omega_{xp} - \omega_{xn})\right], \\
m_y &= \frac{1}{qSl}\left[\frac{I_{xy}}{T_1}(\omega_{xp} - \omega_{xn}) - \frac{I_y}{T_2}(\omega_{yp} - \omega_{yn})\right],
\end{aligned} \tag{6}
$$

де T_1 та T_2 – сталі часу.

Далі підставляємо (5) в диференціальні рівняння (6) і моделюючи отриману замкнуту систему, одержимо шукані залежності: $m_x = f(t)$ та $m_y = f(t)$. Вказані залежності можна представити у вигляді лінійних комбінацій:

$$
\begin{aligned}
m_x(t) &= m_x^{\beta}\beta(t) + m_x^{\delta_{рн}}\delta_{рн}(t) + m_x^{\delta_{ел}}\delta_{ел}(t) + m_x^{\delta^2_{ел}}\delta^2_{ел}(t) + \\
&+ m_x^{\delta^3_{ел}}\delta^3_{ел}(t) + m_x^{\delta_{інт}}\delta_{інт}(t) + m_x^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x(t) + m_x^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y(t);
\end{aligned} \tag{7.1}
$$

$$
\begin{aligned}
m_y(t) &= m_y^{\beta}\beta(t) + m_y^{\delta_{рн}}\delta_{рн}(t) + m_y^{\delta_{ел}}\delta_{ел}(t) + \\
&+ m_y^{\delta_{інт}}\delta_{інт}(t) + m_y^{\overline{\omega}_x}\overline{\omega}_x(t) + m_y^{\overline{\omega}_y}\overline{\omega}_y(t).
\end{aligned} \tag{7.2}
$$

Знову використовуючи МНК, обчислимо значення констант (аеродинамічних похідних), що входять в (7.1) та (7.2).

Запропонована методика дозволяє визначати уточнені значення аеродинамічні коефіцієнти із записів ЛВ, так що після проведення ідентифікації збільшується ступінь збіжності перехідних процесів реального ЛА і його математичної моделі. На рис. 3 наведені перехідні процеси по кутовій швидкості обертання та боковому перевантаженню після відхилення елеронів. На графіках пунктирною лінією позначені результати моделювання до ідентифікації, штрих пунктирною лінією - після. Суцільна лінія на малюнках – запис зміни параметрів польоту, взятий із ЛВ.

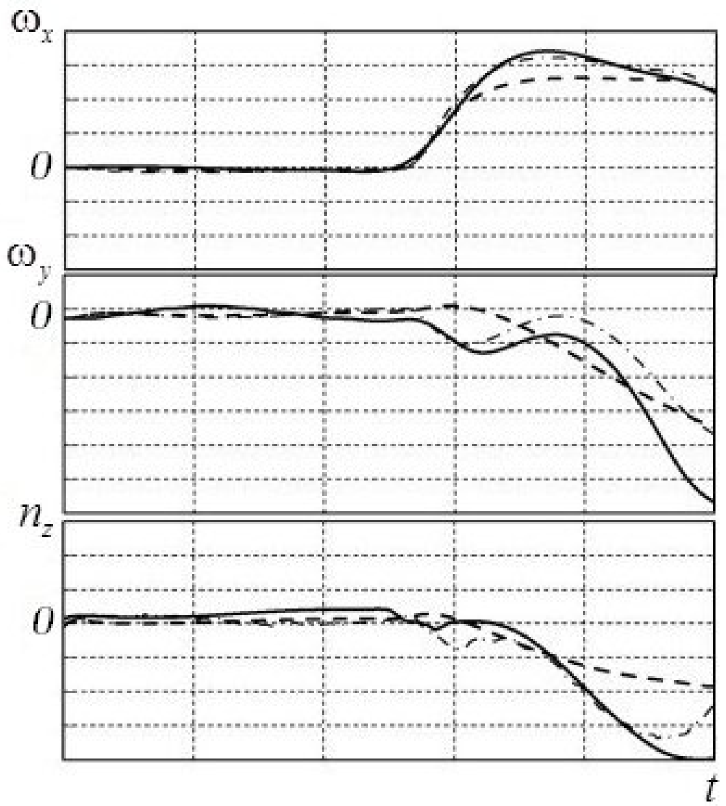

Рис. 3. Перехідні процеси по кутовій швидкості обертання та по боковому перевантаженню після відхилення елеронів (суцільна лінія – ЛВ, пунктирна лінія – до ідентифікації, штрих-пунктирна лінія – після ідентифікації)

Запропонований метод є основою для методу ідентифікації, суть якого – це знаходження аеродинамічних коефіцієнтів як функціональних залежностей від параметрів польоту. Цей метод уміщує в себе переваги методів поданих у джерелах [2]-[5], а тому є досконалішим.

Висновки

Розроблений метод адаптивної ідентифікації аеродинамічних коефіцієнтів на прикладі випадку зміни параметрів польоту у невеликих межах, дозволяє ефективніше, у порівнянні з традиційними методами ідентифікації (заснованих на лінеаризації), визначати аеродинамічні коефіцієнти із записів льотних випробувань. Після проведення ідентифікації збільшується ступінь збіжності перехідних процесів реального ЛА та його математичної моделі, підвищується адекватність математичної моделі руху ЛА щодо його реальних характеристик. Метод забезпечить скорочення необхідної кількості льотних випробувань вітчизняних ЛА та підвищення точності ідентифікації параметрів руху ЛА. Метод дасть можливість здійснення прогнозування значень аеродинамічних похідних, про що буде іти мова у наступній статті авторів.

Список використаної літератури

1. *Красовский А. А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование // А. А. Красовский / - М.: Наука, 1973. – 560 с.
2. *Корсун О. Н.* Прогнозирование параметров движения самолета на основе идентификации упрощенной линейной модели // О. Н. Корсун, Ю. Г. Веселов, С. П. Гулевич / Инженерное образование: – Вып. № 12 – МГТУ им. Н. Э. Баумана.
3. *Андриевский Б. Р.* Адаптивное управление летательным аппаратом с идентификацией на скользящих режимах // Б. Р. Андриевский, А. Л. Фрадков/ Сборник «Управление большими системами». – М.: ИПУ РАН. – 2009. – Вып. № 26 – с.113-145.
4. *Никитин А. И.* Методика идентификации параметров математической модели летательного аппарата на основе синтеза следящей системы // А. И. Никитин /Электронный журнал «Труды МАИ» – 2011. – Вып. № 45.
5. Maciej Lasek, Piotr Lichota. Aircraft dynamic model identification on the basis of flight data recorder registers. – Challenges of Modern Technology, The Institute of Aeronautics and Applied Mechanics – Foundation for Young Scientists. – 2013. – Vol. 4, no. 1. – p. 16-20.
6. *Гончаренко В. И.* Идентификация параметров движения летательных аппаратов на активном участке траектории с использованием дискретного вейвлет-преобразования // В. И. Гончаренко, А. А. Кобзарь, Д. С. Кучерявенко/ Электронный журнал «Труды МАИ» – 2011. – Вып. № 46.
7. *Асланян А. Э.* Системы автоматического управления полетом летательных аппаратов // А. Э. Асланян / – Ч. 1. – КВВАИУ – 1984. – 435 с.
8. *Павленко В. Ф.* Корабельные самолеты // В. Ф. Павленко / М.: Воениздат, 1990. — 320 с.
9. Современная прикладная теория управления: синергетический подход в теории управления. // Под ред. А. А. Колесникова. – Ч. II – Москва-Таганрог: Изд. ТРТУ – 2000 г. – 559 с.