

УДК 629.58:681.5

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2219-3804192018144385>О. С. Лимарченко¹, професор, О. О. Нефьодов², аспірант**КОЛИВАННЯ РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ В
ЦИЛІНДРИЧНОМУ РЕЗЕРВУАРІ НА МАЯТНИКОВОМУ ПІДВІСІ
У РАЗІ БАГАТОЧАСТОТНОГО РУХУ ТОЧКИ ПІДВІСУ****En**

The problem of a cylindrical reservoir dynamics with the fluid on pendulum suspension with a movable suspension point is under investigation. Fixing of the reservoir with liquid on a pendulum suspension considerably changes normal frequencies of the system in the case of system modeling within the combined formulation. Thus, there are changes both in frequencies values and in their mutual distribution, since the frequencies change takes place only for antisymmetric modes of liquid oscillations and the normal mode corresponding to reservoir pendulum oscillations. The motion of the suspension point occurs on frequencies, which correspond to main resonances of the given system reservoir – liquid. The problem is considered in the nonlinear statement with the purpose to determine the system sensitivity to every resonant excitation. Modeling of the system motion is based on variation algorithms. Numerical example testifies the frequencies arrangement change, which in turn promotes the use of a pendulum suspension for reducing of the main resonance intensity according to the first antisymmetric mode. It is shown that the pendulum suspension fixing is a mean of vibroprotection of the system and it can be used in the case of the earthquake danger and other types of intense disturbance of oscillations.

Ru

Рассматривается задача динамики цилиндрического резервуара с жидкостью на маятниковом подвесе с подвижной точкой подвеса. Закрепление резервуара с жидкостью на маятниковом подвесе существенно меняет собственные частоты системы при моделировании движения в совместной постановке. При этом изменяются не только величины частот, но и их взаимное расположение, поскольку изменение частот происходит только для антисимметричных форм колебаний жидкости и формы, соответствующей маятниковым колебаниям резервуара. Движение точки подвеса задано и происходит на частотах, соответствующих основным

¹ Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра механіки суцільних середовищ² Київський національний університет імені Тараса Шевченка, кафедра механіки суцільних середовищ

резонансам для данной системы резервуар – жидкость. Задача рассматривается в нелинейной постановке с целью определения чувствительности системы к каждому из приведенных резонансных возбуждений. Моделирование движения системы производится на основе вариационных алгоритмов. Численный пример свидетельствует об изменении порядка размещения частот, что в свою очередь дает возможность применять маятниковый подвес для уменьшения интенсивности проявления основного резонанса по первой антисимметричной форме. Показано, что маятниковая форма закрепления резервуара фактически является средством виброзащиты системы и может применяться в случаях опасности землетрясений, других типов интенсивного возбуждения нестационарных колебаний.

Вступ

У сучасній промисловості ставляться завдання унеможливлення техногенних аварій потенціально небезпечних конструкцій, у тому числі конструкцій, що містять у своєму складі резервуари з рідиною, під час різних режимів експлуатації. Так, для ядерної промисловості, існує серія документів, які регламентують проектування конструкцій та норми безпеки щодо сейсмічних навантажень. Важливим є визначення поведінки обладнання та трубопроводів реакторної установки у випадку коливань в резонансній області [1-2].

Одним із засобів запобігання аварій і підвищення експлуатаційної надійності є використання нових способів закріплення конструкцій х рідиною. Пропонується використання маятникового підвісу для зменшення збурень в системі. Заміна. В роботі розглянуто поведінку системи резервуар – рідина з вільною поверхнею на маятниковому підвісі при русі точки підвісу у випадку, коли частота коливань знаходиться в резонансній області.

Постановка задачі

Метою роботи є дослідження можливості використання маятникового підвісу для зменшення інтенсивності прояву резонансних явищ у системі циліндричний резервуар – рідина із вільною поверхнею.

Математична модель

Математична модель системи обирається на основі нелінійної динамічної моделі сумісного руху резервуару із рідиною, який може здійснювати поступальні та кутові рухи. Тому вважається, що рідина є ідеальною, однорідною, нестисливою, а її рух є потенціальним. Резервуар розглядається як абсолютне тверде тіло із порожниною, що має циліндричну форму. Загальна форма динамічної моделі, орієнтована на

дослідження перехідних процесів, була розвинена у 3. Особливістю побудови моделі, у нашому випадку, є розгляд поступального руху як заданого і наявність маятнікового підвісу із рухомою точкою підвісу, якій розглядається як зв'язаний із хвильовим рухом рідини

$$\begin{aligned}
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \delta_{ir} + \sum_j a_j A_{rij}^3 + \sum_{j,k} a_j a_k A_{rijk}^4 \right\} + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] \right\} = \\
& = \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C_{ijr}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C_{ijk}^4 - \ddot{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\alpha_r^v} \left\{ \bar{B}_r^1 + \sum_i a_i \bar{B}_{ri}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{B}_{rij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \bar{B}_{rijk}^4 \right\} + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\sum_i \dot{a}_i (E_{pir}^{2*} - E_{pri}^{2*}) + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j (E_{pijr}^{3*} + E_{pirj}^{3*} - E_{prij}^{3*} + E_{prji}^{3*}) \right] + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p,s=1}^3 \omega_p \omega_s \left[E_{psr}^2 + \sum_i a_i (E_{psir}^3 + E_{psri}^3) \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] + \quad (1) \\
& + \dot{\varepsilon} \cdot \left[\sum_i a_i \bar{D}_{ir}^2 + \sum_i \dot{a}_i a_j \bar{D}_{ijr}^3 + \sum_i \dot{a}_i a_j a_k \bar{D}_{ijk}^4 \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\bar{F}_{pr}^2 + \sum_i a_i (\bar{F}_{pir}^3 + \bar{F}_{pri}^3) + \right. \\
& \left. + \sum_{i,j} a_i a_j (\bar{F}_{pijr}^4 + \bar{F}_{pirj}^4 + \bar{F}_{prij}^4) \right] + g \frac{\alpha_r^c}{\alpha_r^v} (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) + \\
& + g \frac{N_r}{\alpha_r^v} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 a_r + g \frac{\alpha_r^s}{\alpha_r^v} (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{J}_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] = \\
& = 2 \sum_{p,s=1}^3 \left(\omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left(\frac{1}{\rho} \mathbf{J}_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) - \\
& - 2\ddot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left[\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \sum_i a_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right] + \\
& + \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \quad (2) \\
& + 2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \\
& + 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left(\sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\
& + \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \vec{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \vec{F}_{pij}^3 \right) + \\
& + \frac{2g}{\rho} (M_T h_T + M_F h_F) \frac{\partial}{\partial \alpha_r} (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2) + \\
& + 2g \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \left[(\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^c + Hl^c \right) + \right. \\
& \left. + (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^s + Hl^s \right) \right]
\end{aligned}$$

У цих рівняннях невідомими є a_i – амплітуди збудження форм коливання рідини із вільною поверхнею та α_i – кути повороту резервуара відносно трьох осей, вибір системи кутів зроблено аналогічно 3. Принциповою особливістю цих рівнянь є те, що поступальний рух резервуара задається, тобто ε_i – відомі, а тому приведені у правій частині рівнянь.

За наявності маятничого підвісу доцільно обрати систему координат, у якій описується рух системи, із початком у точці підвісу. У цьому випадку поступальний рух буде повністю визначатися зовнішніми факторами.

Вказана система рівнянь включає у себе $N + 3$ ступеня вільності, де N – кількість форм коливань рідини, які беруться до уваги. У роботі **Помилка! Джерело посилання не знайдено.** показано, що за наявності сумісного руху резервуару із рідиною на маятничому підвісі з нерухомою точкою підвісу, власні частоти системи суттєво відрізняються від частот парціальних, тому змінюється також їх черговість розташування. Ще складніші залежності будуть присутні у випадку не заданої рухомої точки підвісу. У задачі, що розглядається, слід очікувати прояв резонансних явищ не на парціальних частотах, а на частотах що визначаються із моделі сумісних коливань.

Чисельний приклад

Аналіз поведінки системи на рівні лінійної моделі дозволив встановити такі частоти $w_1 = 2,46$, $w_2 = 5,45$, $w_3 = 7,18$, які відповідають резонансам за сумісного руху системи. Перша частота відповідає резонансу маятничого типу руху системи, друга частота – коливанню вільної поверхні, що відповідають коловому номеру $m = 2$, а третя частота відповідає резонансу за першою антисиметричною формою $m = 1$, яка для такого способу закріплення резервуару мала найбільше зміну – від парціальної частоти 4,14 до 7,18, що переміщує цю частоту із другого

місця у разі розташування частот за ступенем зростання на четверте місце. А це означає, що за ступенем прояву цей резонанс буде значно послаблений. Моделювання руху системи у широкому діапазоні зміни частот збурення руху точки підвісу підтвердив достовірність цього результату. Для аналізу динамічних властивостей системи приймемо рух точки підвісу у

наступному вигляді:

$$\varepsilon_x(t) = A \cdot \exp(-\beta t) \cdot \left(\frac{1}{w_1^2} \sin(w_1 t) + \frac{1}{w_2^2} \sin(w_2 t) + \frac{1}{w_3^2} \sin(w_3 t) \right). \quad (1)$$

Для числових розрахунків приймалося співвідношення мас складових системи $M_r = 0.1M_l$ (M_r – маса резервуару, M_l – маса рідини), довжина підвісу приймалася $l = R$, де R – радіус резервуару, глибина заповнення резервуару $H = R$. Чисельні значення приведені для $R = 1$ м. Тому, амплітуда руху точки підвісу обиралась із міркувань, щоб максимальне значення збурення вільної поверхні на стінці ξ не перевищувало межі використання даної моделі, тобто $\max(\xi) \approx 0,3$. Для порівняння впливу кожної з частот було виконано серію додаткових розрахунків, при яких рух точки підвісу відбувався лише на одній з трьох вище приведених частот. На рис. 1 та рис. 2 представлено зміну амплітуди хвиль на стінці бака ξ та кутовий рух резервуару ϕ . Виконаний Фур'є аналіз ξ та кутового руху резервуару ϕ підтвердив, що гострота прояву резонансів суттєво відмінна. Домінуючим є резонанс на частоті w_2 , на частоті w_3 резонанс багатократно слабкіший, а на частоті w_1 резонанс практично не проявляється.

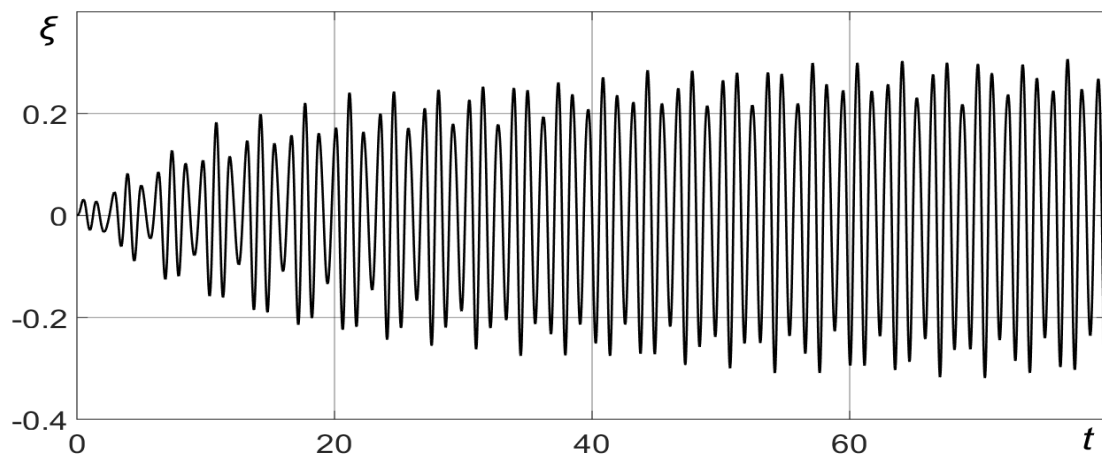


Рис. 1. Зміна амплітуди хвиль

Для аналізу розвинення динамічних процесів додатково було розглянуто три варіанта збудження коливань, коли закон руху точки підвісу задавався кожним доданком у співвідношенні **Помилка! Джерело посилання не знайдено.** окремо. Мінімальні і максимальні значення

збурення вільної поверхні рідини на стінці бака ξ і кутового руху резервуара ϕ представлені у табл.

Як видно із даних таблиці, поодинокі складові збурень руху системи вносять різний внесок у сумарні коливання рідини і резервуару. Фактично таблиця є свідченням різної чутливості типів резонансних рухів по відношенню до амплітуд початкових збурень. Найбільш чутливою є система до збурень на частоті w_2 , яка відповідає резонансу по формі з коловим номером $m=2$, який у рамках лінійної моделі взагалі відсутній. Найменш чутливий резонанс на частоті w_1 , який відповідає квазітвердому кутовому руху системи (маятникові коливання). Проміжне положення займає резонанс на частоті w_3 по першій антисиметричній формі, який згідно із лінійною моделлю є основним.

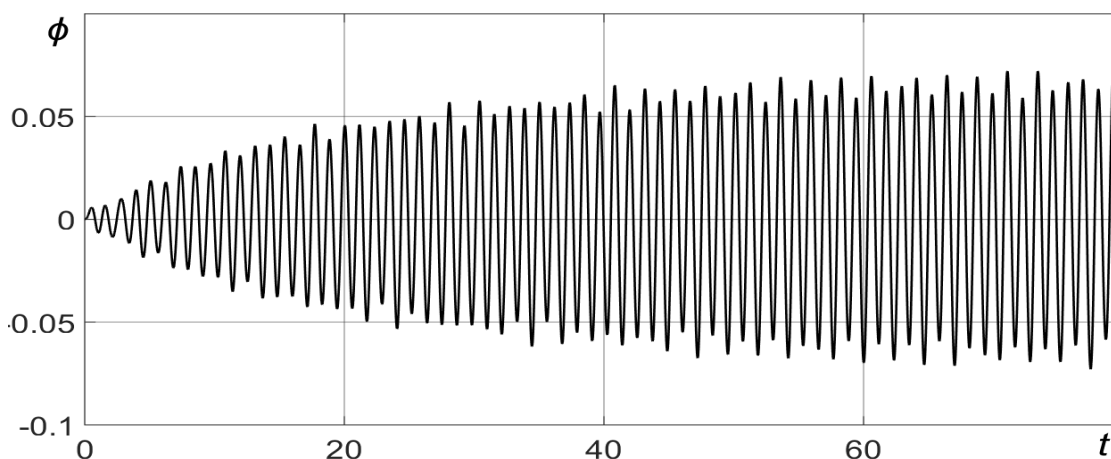


Рис. 2. Зміна кутового руху резервуару

№	Частота	$\min \xi$	$\max \xi$	$\min \phi$	$\max \phi$
1.	всі разом	-0,3189	0,3072	-0,0732	0,0730
2.	$w_1 = 2.46$	-0,0107	0,0123	-0,0052	0,0053
3.	$w_2 = 5.45$	-0,2881	0,2746	-0,0679	0,0679
4.	$w_3 = 7.18$	-0,0600	0,0599	-0,0049	0,0049

Висновки

Моделювання поведінки системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі у рамках нелінійної сумісної постановки задачі показує ефективність використання маятникового підвісу із рухомою точкою підвісу для динамічного розлагодження резонансних явищ. Саме такий прийом знижує прояв основного резонансу за першою антисиметричною формою коливань вільної поверхні рідини за рахунок зміщення частоти коливань системи при її сумісному русі.

Список використаної літератури

1. IAEA Safety Standards. Seismic hazard in Site evaluation for nuclear installations // IAEA, Vienna. – 2003. – 60 p.
2. IAEA Safety guide. Seismic Design and Qualification for Nuclear Power Plants // IAEA, Vienna/ – 2008. – 67 p.
3. *Лимарченко О. С.* Динамика вращающихся конструкций с жидкостью / О. С. Лимарченко, Дж. Матараццо, В. В. Ясинский // Киев: «Гнозис». – 2002. – 304 с.
4. *Limarchenko O.* Peculiarities of dynamics of the reservoir with a free-surface liquid on pendulum suspension with the moving suspension point. / O. Limarchenko, A. Nefedov // Mathematical Modelling and Computing. – 2018. – 5. – 1. – P. 41–47.