

УДК 629.1.07

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2219-380415201688030>

І. В. Янчевський¹, професор, д.ф.-м.н.,
В. В. Губська², ст. викл., к.ф.-м.н., **О. В. Биценко³**, к.т.н.

АНАЛІЗ КІНЕМАТИКИ КОЛІСНОГО ШАСІ КЛАСУ 8К4П

En

The current level of scientific and technological progress determines the widespread robots and robotic systems in all areas of human activity - from the entertainment to industry. Robotic systems are also used in construction, geological exploration, the repair utilities, etc. It should be noted that the design of such systems takes into account the increased requirements for size, terrain, autonomous functioning (mobility) and the range of tasks. Mobile robotics plays a particularly

¹ Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", кафедра теоретичної механіки

² Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", кафедра теоретичної механіки

³ Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", факультет авіаційних і космічних систем

important role in the performance of specific tasks, including dangerous ones to life or health (liquidation of various accidents, consequences of emergencies, working in dangerous environments). Complex robotic systems are also used for planetary studies. Therefore, scientific and applied research which related to the improvement of existing robotic systems or developing new are relevant and have obvious practical importance.

The mathematical model for kinematics' investigation of eight-wheeled chassis of 8K4P class is presented. The chassis can move along the surface of an arbitrary profile. Wheel chassis have a number of advantages over other types of chassis, such as simple mechanisms, high speed, easy to control, energy efficiency, etc. Compared to most common wheel chassis with a "rocker-bogie" [2] and based on rotational wheel units [4, 5] the benefits of 8K4P include simplicity of design, high terrain crossing capacity in both directions of motion [1] and the possibility to overcome various obstacles, including commensurate with chassis dimensions.

Numerical results of kinematic analysis are shown for modeling of chassis's movement on «stairway» obstacles. The advantage of the developed program is the ability to take into account various requirements, including restrictions on the relative angles of sections, restrictions on the maximum value of linear/angular velocity, the possibility of changing the position of the center of mass of the mechanical system, etc. The criterion which can be used to forecast occurrence of undesirable phenomenon such as wheels breakaway from a base surface is offered. The specified criterion defines a relative deviation of movement trajectory of the center of weights of mechanical system from a straight line. As a result of performed numerical experiments geometrical parameters of the chassis which satisfy minimal value of the criterion have been obtained.

Ru

Представлена математична модель восьмиколісного шасі класу 8K4П для дослідження його кінематики при русі по поверхням довільного профілю. Конкретні чисельні результати кінематичного аналізу наведені при моделюванні руху шасі по перешкодам типу «сходовий марш». Запропонований також критерій, який може бути використаний при прогнозуванні появи такого небажаного явища як відрив коліс від опорної поверхні. Зазначений критерій визначає відносне відхилення траєкторії руху центру мас механічної системи від прямої лінії. В результаті проведених чисельних експериментів були визначені геометричні параметри шасі, при яких значення критерію є мінімальним.

Вступ

Сучасний рівень науково-технічного прогресу визначає широке розповсюдження роботів і роботизованих комплексів практично в усіх галузях діяльності людини – від сфери розваг до промисловості. Роботизовані комплекси використовується також у будівництві, геологічній розвідці, при ремонті інженерних мереж тощо [1]. Слід зауважити, що при проектуванні таких комплексів враховуються підвищені вимоги до габаритів, прохідності, автономності функціонування (мобільності) та номенклатури виконуваних завдань. Особливо важливу роль мобільна робототехніка відіграє також і при виконанні спеціальних завдань, зокрема тих, які є небезпечними для життя чи здоров'я людини (ліквідація різноманітних аварій, на-

слідків надзвичайних ситуацій, робота в небезпечних середовищах). Складні роботизовані комплекси використовуються також для планетарних досліджень [2]. Тому науково-прикладні дослідження, які пов'язані з вдосконаленням існуючих роботизованих комплексів чи розробкою нових є актуальними і мають очевидне прикладне значення. Особливий інтерес при цьому представляють питання вдосконалення їх структурних схем, оскільки саме через використання допоміжних ланок з пасивними чи активними кінематичними парами (механізмами адаптації) можна забезпечити зростаючі вимоги до прохідності мобільних роботів з одночасним зменшенням їх розмірів та маси [3]. Зазначена тенденція розвитку робототехнічних систем призводить до необхідності розробки нових математичних моделей та розв'язання на їх основі прикладних задач, зокрема задач кінематичного та динамічного аналізу.

В даній роботі представлений чисельно-аналітичний метод дослідження кінематики восьми колісного чотири важільного шасі мобільного робота, яке може бути віднесено до класу 8К4П [3]. Відомо, що колісні шасі мають низку переваг у порівнянні з іншими типами рушіїв, зокрема, простота механізмів, висока швидкість, легке керування, ефективність споживання енергії, тощо [1]. А у порівнянні з найбільш розповсюдженими колісними шасі зі схемою «балансир-візок» [2] та на основі обертальних колісних блоків [4], [5] до переваг 8К4П слід віднести простоту конструкції, високу прохідність у обох напрямках руху [1] та можливість долаття різноманітних перешкод, у тому числі з співмірними з габаритами робота розмірами.

Незважаючи на численні фундаментальні та прикладні дослідження, публікації, які присвячені питанням динаміки колісних шасі класу 8К4П, при їх русі по різноманітним рельєфам, як по нерівній поверхні, так і при долатті різноманітних технологічних перешкод (одиночні виступи, щілини, «сходові марші»), в літературі відсутні. Це може бути пов'язано, у першу чергу, з різноманітністю структурних схем, а також тенденцією до вирішення таких питань методами комп'ютерного моделювання [2], [6].

Постановка задачі

Метою роботи є розробка математичної моделі восьмиколісного шасі класу 8К4П та дослідження на її основі його кінематики, виявлення закономірностей руху, в тому числі при долатті перешкод зі співмірними з габаритами шасі розмірами.

Структурна схема шасі, яка може бути застосована у випадку плоскопаралельного його руху, зображена на рис. 1 і складається з ланки 0, до кінців якої, в точках O_1 та O_{II} , шарнірно приєднані коромисла I і II, відповідно. До коромисел в точках O_i ($i = \overline{1,4}$) також шарнірно прикріплені

колеса радіусом R . Геометрія ланки 0 визначається довжиною A_0 , а коромисел I та II – відстанню A між центрами коліс і кутом γ (вважається, що ланки I та II симетричні відносно точок підвісу).

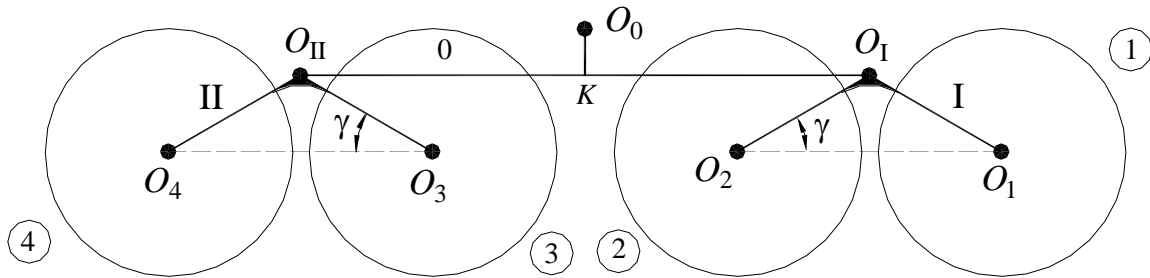


Рис. 1. Структурна схема шасі колісного мобільного робота

При дослідженні кінематики шасі вважається, що профіль твердої поверхні (перешкоди) відомий, при чому на її геометрію не накладено жодних обмежень.

Метод розв'язання

У припущенні, що профіль поверхні відомий і за умови безвідривного контакту коліс із зазначеним профілем, на першому етапі кінематичного аналізу шасі вводиться у розгляд функція $Y'(X')$, яка з прийнятною точністю описує траєкторію руху центрів коліс. У більшості випадків це зручно зробити у допоміжній системі координат $O'X'Y'$, орієнтація та положення початку відліку якої відносно основної системи координат OXY обираються за критерієм простоти формування функції $Y'(X')$, зокрема, відсутності потреби її представлення через параметричні співвідношення.

Очевидно, що траєкторія руху центрів коліс O_i ($i = \overline{1,4}$, рис. 1) є еквідистантною до профілю поверхні кривою, відстань між якими дорівнює радіусу коліс R . Приклад фрагменту профілю зображений суцільною лінією на рис. 2, а штриховою лінією зображена траєкторія руху центрів O_i ($i = \overline{1,4}$).

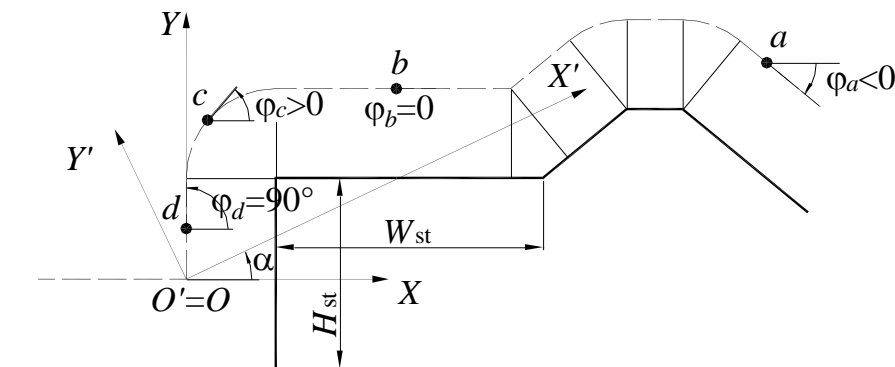


Рис. 2. Фрагмент профілю поверхні

Знаючи функцію $Y'(X')$ нескладно визначити кут нахилу дотичної як до осі абсцис OX' , так і до осі OX . Останній позначений через φ і для певних положень точок O_i ($i = \overline{1,4}$) зображений на рис. 2. Слід зазначити, що перехід від значень кута нахилу дотичної у системі координат $OX'Y'$ до кута φ здійснюється простим додаванням кута між однойменними осями, а перехід від функції $Y'(X')$ до відповідної їй функції $Y(X)$ у системі OXY здійснюється за допомогою матриці перетворення координат [7].

Таким чином, знаючи поточне положення точки O_1 у допоміжній системі координат $OX'Y'$ можна, користуючись, наприклад, матрицями перетворення координат і методом послідовних наближень, знайти як положення решти точок O_i ($i = \overline{2,4}$; I, II; 0) з умови забезпечення заданих відстаней між ними і розташування O_i ($i = \overline{1,4}$) на штриховій кривій (рис. 2), так і значень кутів φ_i ($i = \overline{1,4}$) у розрахунковому положенні. Очевидно, що за умови безперервного контакту коліс з поверхнею, кути φ_i ($i = \overline{1,4}$) визначають напрями векторів швидкостей точок O_i ($i = \overline{1,4}$), які позначені далі через \vec{v}_i ($i = \overline{1,4}$), відповідно. Тобто, результатом першого етапу розв'язання задачі кінематичного аналізу є залежності від поточного положення певної точки (наприклад, O_1) у системі координат $OX'Y'$ координат решти точок O_i ($i = \overline{2,4}$; I, II; 0). Ці дані дозволяють обчислити параметри θ_I , θ_{II} та θ_0 , через які позначені кути повороту відрізків O_1O_2 , O_3O_4 і O_1O_{II} , тобто повороти ланок I, II та 0, відповідно.

На другому етапі мають бути визначені співвідношення між швидкостями ключових точок механізму O_i ($i = \overline{1,4}$; I, II; 0). Для колісного шасі, структурна схема якого зображена на рис. 1, це може бути реалізоване у такий спосіб. Задавшись одиничними значеннями швидкостей точок O_1 і O_3 , визначають швидкості центрів другого колеса відповідного коромисла на підставі наявної інформації про кути φ_i ($i = \overline{1,4}$) та θ_i ($i = I, II, 0$) і теореми про проекції векторів швидкостей двох точок твердого тіла. Зокрема, для швидкостей точок O_1 і O_2 коромисла I на підставі цієї теореми отримуємо наступну рівність –

$$v_2 = v_1 \frac{\cos(\theta_I - \varphi_1)}{\cos(\theta_I - \varphi_2)}. \quad (1)$$

Очевидно, що в даному випадку, у припущенні плоскопаралельного руху механізму шасі, обчислити швидкість точки O_2 можна й за допомогою миттєвого центру швидкостей (рис. 3). Для ланки I зазначений центр P_I знаходиться на перетині прямих, проведених через точки O_1 і O_2

перпендикулярно до векторів \vec{v}_1 і \vec{v}_2 . А координати $P_I(x_I, y_I)$ визначаються з наступної системи алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)x_I - y_I &= \operatorname{tg}\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)x_1 - y_1; \\ \operatorname{tg}\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)x_I - y_I &= \operatorname{tg}\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)x_2 - y_2, \end{aligned} \quad (2)$$

які записані на основі рівнянь для згаданих перпендикулярів у системі координат OXY . Тут (x_i, y_i) – координати точок O_i .

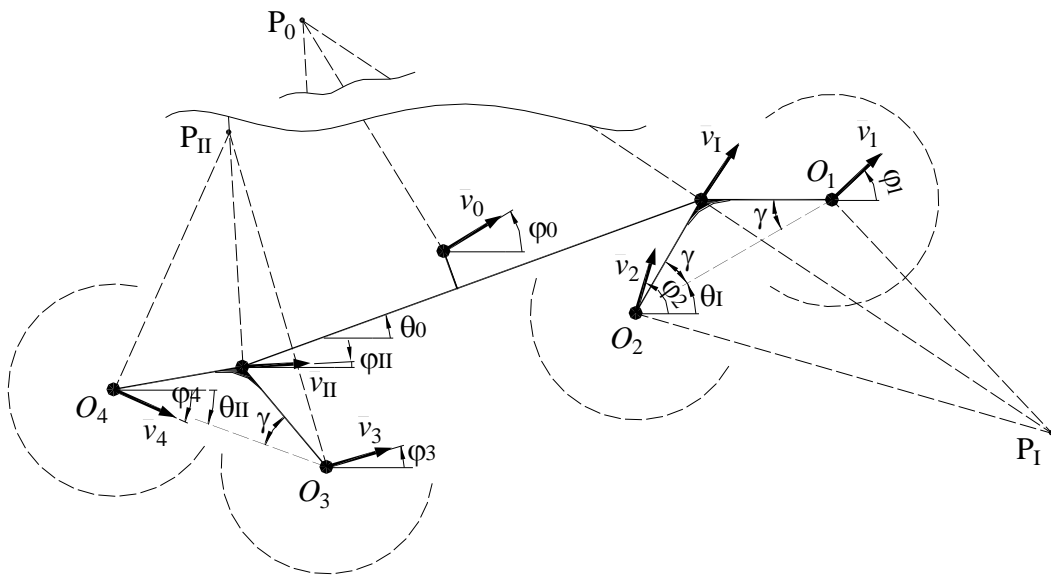


Рис. 3. До аналізу кінематики шасі

Ввівши позначання $L_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ як довжина відрізка P_iO_j , можна обчислити як швидкість точки O_2 , так і O_1 , яка також належить ланці I:

$$v_2 = \omega_I \cdot L_{I,2}; \quad v_1 = \omega_I \cdot L_{I,1},$$

тут $\omega_I = v_1/L_{I,1}$ – умовна кутова швидкість ланки I.

Напрямки векторів \vec{v}_1 і $\vec{\omega}_I$ визначають на основі відомих правил курсу «Теоретична механіка» [7].

Аналогічним чином визначають значення і напрям \vec{v}_4 , \vec{v}_{II} і $\vec{\omega}_{II}$ (у припущенні, що $v_3 = 1$). Наступним кроком є їх коригування для забезпечення умови рівності проекцій швидкостей v_1 і v_{II} на відрізок, який з'єднує відповідні точки (O_I і O_{II}):

$$C_1 = \frac{v_I \cos(\varphi_I - \theta_0)}{v_{II} \cos(\varphi_{II} - \theta_0)}; \quad v_j = v_j \cdot C_1 \quad (j = 3, 4, II); \quad \omega_{II} = \omega_{II} \cdot C_1.$$

Якщо припускається, що на максимальну швидкість руху центрів коліс накладене обмеження, то мають бути відмасштабовані отримані результати як для лінійних, так і кутових швидкостей:

$$C_2 = \frac{v_{\max}}{\max(v_1, v_2, v_3, v_4)}; \quad v_j = v_j \cdot C_2 \quad (j = \overline{1, 4}; I; II);$$

$$\omega_j = \omega_j \cdot C_2 \quad (j = I; II).$$

Тут v_{\max} – задана максимальна швидкість.

Знаючи швидкості \vec{v}_I і \vec{v}_{II} , на заключному кроці обчислюється швидкість \vec{v}_0 центру мас корпусу O_0 (рис. 1). Реалізувати це можна також через миттєвий центр швидкостей P_0 (рис. 3), координати якого визначаються з подібної до (2) системи алгебраїчних рівнянь.

Звісно, ключову роль записані вище співвідношення відіграють при дослідженні динаміки даного шасі, у тому числі при доланні ним різноманітних перешкод. Разом з тим певний клас прикладних задач може бути розв'язаний вже на етапі кінематичного аналізу, наприклад, оптимізації геометрії шасі для його руху по «сходовому маршруту». У цьому випадку траєкторія руху центрів коліс має злами, що може призвести до відриву коліс від опорної поверхні і, відповідно, до нестабільного руху шасі у цілому. Ефективним інструментом прогнозування появи такого небажаного явища є аналіз траєкторії руху центру мас даної механічної системи [6] – при русі по «сходовому маршруту» зазначена траєкторія має бути максимально наближеною до прямої лінії, яка в даному випадку буде паралельною до лінії підйому сходів і, відповідно, описуватися рівнянням $Y_{st}(X) = X \cdot \operatorname{tg}(\alpha) + b$, де $\alpha = \arctg(H_{st}/W_{st})$. Для визначення коефіцієнту b застосований метод найменших квадратів, згідно до якого b має забезпечувати мінімум функції

$$S(b) = \sum_{i=1}^n (Y_{0i} - Y_{st}(X_{0i}))^2, \quad \text{де } (X_{0i}; Y_{0i}) - \text{координати центру мас } O_0 \text{ в } i$$

-му розрахунковому положенні механізму ($i = \overline{1, n}$). Після нескладних математичних операцій для коефіцієнту b отримаємо наступну формулу:

$$b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{0i} - \operatorname{tg}(\alpha) X_{0i}).$$

За критерій оптимальності геометрії шасі може бути прийнятий параметр β :

$$\beta = \frac{1}{2R} \left[\max(Y_{0i} - Y_{st}(X_{0i})) - \min(Y_{0i} - Y_{st}(X_{0i})) \right], \quad (3)$$

який характеризує відносне відхилення траєкторії руху центру мас від прямої лінії.

Звісно, що прийняття таких значень геометричних параметрів шасі A , γ , R та A_0 , які мінімізують подібні до β параметри, не є гарантом руху шасі по «сходовому маршру» у цілому. Як слідує з публікацій [1], [8]-[11] для здійснення руху колісного шасі по «сходовому маршру» принциповим є перерозподіл ваги шасі між опорними колесами за рахунок чи зміни положення центру мас шасі, чи безпосередньо його геометрії. Разом з тим, розв'язання задач параметричної оптимізації, аналогічних розглянутій вище, дозволяє зменшити потужності двигунів і збільшує ймовірність, що шасі зможе піднятися на марш навіть при порівняно низьких значеннях коефіцієнту тертя [6]. Цим визначається додаткове прикладне значення отриманих в даній роботі результатів.

Чисельний експеримент

Чисельний експеримент проводився для шасі з колесами радіусом $R = 125$ мм у припущенні його руху по «сходових маршах» трьох типорозмірів, геометрія сходинок яких визначається висотою H_{st} і шириною W_{st} (рис. 2). Значення H_{st} і W_{st} були узяті з публікації [5] і наведені у табл. 1.

Таблиця 1.

Типорозміри сходинок

Типорозмір «сходового маршру»	Висота H_{st} сходинок, мм	Ширина W_{st} сходинок, мм
I	100	300
II	160	310
III	200	300

Очевидно, що при аналітичному представленні профілю даної перешкоди допоміжну систему координат $O'X'Y'$ зручно прийняти таку, яка повернута відносно основної OXY на кут підйому сходів $\alpha = \arctg(H_{st}/W_{st})$ (рис. 2).

Тоді у системі координат $O'X'Y'$ в межах першої сходинки $(0 < X' \leq L_{st} = \sqrt{H_{st}^2 + W_{st}^2})$ траєкторія руху центрів буде визначатися функцією

$$Y'(X') = \begin{cases} \operatorname{tg}(0.5\pi - \alpha) \cdot X', & X' < X'_1 = L_{\text{st}} \sin^2(\alpha) - R \sin(\alpha); \\ \operatorname{tg}(\alpha) \cdot (L_{\text{st}} - X'), & X' > X'_2 = L_{\text{st}} \sin^2(\alpha) + R \cos(\alpha); \\ Y'_R + \sqrt{R^2 - (X' - X'_R)^2}, & X'_1 \leq X' \leq X'_2, \end{cases}$$

де $X'_R = X'_1 + R \cos(\alpha)$; $Y'_R = X'_1 \operatorname{tg}(0.5\pi - \alpha) - R \sin(\alpha)$.

Слід зауважити, що представлені формули справедливі для випадку $R < H_{\text{st}}$, однак їх нескладно модифікувати й для більших значень R – як для $W_{\text{st}} \geq R > H_{\text{st}}$, так і для $R < W_{\text{st}}$. Кут φ (рис. 2) визначається аналогічно

$$\varphi(X') = \begin{cases} 0.5\pi, & X' < X'_1; \\ 0, & X' > X'_2; \\ \alpha - \operatorname{arctg}[(Y'_R - Y') / (X'_R - X')], & X'_1 \leq X' \leq X'_2. \end{cases}$$

Мінімізація критерію β (3) здійснювалася за рахунок варіації геометричних параметрів A , γ та A_0 . Проведені обчислення показали, що для усіх типорозмірів «сходових маршів» мінімальні значення β (3) спостерігаються при $\gamma = 0$ ($A_0 = 2A$, рис. 1). Значення міжосьової відстані A , яке забезпечує $\min \beta$, і відповідне йому значення β , наведені у табл. 2.

Таблиця 2.

Значення міжосьової відстані і критерію β в залежності від типорозміру

Геометричний параметр	Типорозмір I	Типорозмір II	Типорозмір III
β	0.104	0.049	0.061
$A/2R$	1.05	1.05	1.1

Траєкторія руху центру мас шасі O_0 при оптимізованих під типорозмір II «сходового маршу» (табл. 1) його геометричних параметрах ($R = 125$ мм, $\gamma = 0$ та $A = 1.05 \cdot 2R$) і $L_{\text{II},0} = L_{\text{I},0} = 0.5 \cdot L_{\text{I,II}}$ зображена лінією 1 на рис. 4. Кривою 0 на цьому малюнку представлений контур сходинок, а пунктирною лінією – траєкторії руху центрів коліс O_i ($i = \overline{1,4}$). Крива 2 та штрих-пунктирна лінія наведені для порівняння і зображують аналогічні траєкторії для шасі з колесами більшого розміру – $R = 205$ мм. Як видно з рис. 4, траєкторії руху точок O_0 при $R = 125$ мм і $R = 205$ мм майже збігаються з прямою лінією, тому значення β є близькими до нуля.

На рис. 5 представлені зміни швидкостей точок O_i ($i = \overline{2,4}$; рис. 1) залежно від поточного положення центру першого колеса X'_{O_1} при долан-

ні шасі з колесами радіусом $R=125$ мм і кутом $\gamma=0$ двох сходинок типу розміру II. Слід зазначити, що графіки швидкостей побудовані у припущенні, що $v_1=1=\text{const}$, графік якої, відповідно, не наведений. Решта швидкостей v_i ($i=\overline{2,4}$) зображені кривими, які позначені однойменними номерами. Штрихова лінія відображає траєкторію руху центрів коліс. Звісно, що за необхідності послідує масштабування отриманих значень швидкостей для забезпечення виконання умови $\max(v_i) = v_{\max}$ для кожного розрахункового положення O_1 не викликає принципів утруднень.

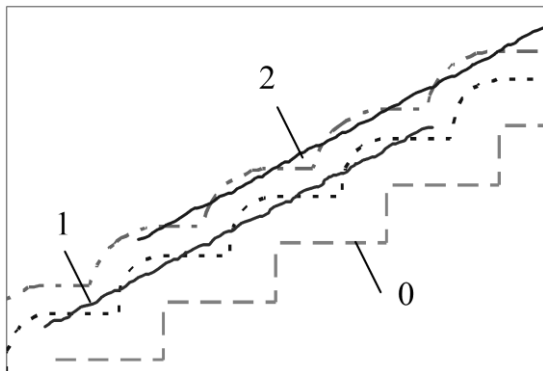


Рис. 4. Траєкторії руху центру мас шасі O_0 при $R=125$ мм (крива 1) і $R=205$ мм (крива 2)

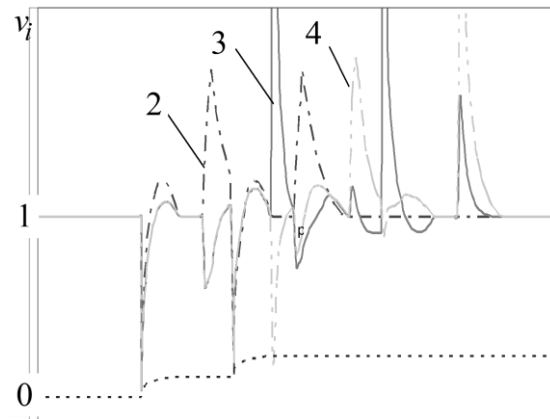


Рис. 5. Швидкості O_i ($i=\overline{2,4}$) при доланні шасі двох сходинок

З аналізу представлених кривих слідує, що навіть при русі шасі досліджуваної схеми по поверхні з відносно простим профілем його кінематика є досить складною. У комплексі з потребою проведення численних обчислень, у т.ч. для розв'язання задач так званої параметричної оптимізації, очевидна необхідність розробки автоматизованих програм розрахунку. При виконанні даних досліджень зазначена програма була реалізована у програмному пакеті *MathCAD 15 Free Trial*. Звісно, що кінематичний аналіз багатокомпонентних механічних систем може бути проведений і за допомогою спеціалізованих програмних комплексів. Однак перевагою розробленої програми є можливість врахування різноманітних вимог, зокрема обмежень на відносні кути повороту ланок, обмежень на максимальні значення лінійних/кутових швидкостей, можливість врахування зміни положення центру мас механічної системи тощо.

Слід відзначити, що в рамках даного дослідження виконані також обчислення і для перешкоди у вигляді одиничного виступу, однак для зменшення обсягу даної публікації результати кінематичного аналізу не наводяться. Отримані співвідношення і розроблена програма розрахунку є основою для розв'язання прикладних задач з динаміки даного шасі, а викладені підходи можуть бути застосовані при дослідженні колісних шасі з по-

дібною до розглянутої у цій роботі структурною схемою.

Висновки

У роботі описана математична модель восьмиколісного шасі класу 8К4П для дослідження його кінематики при русі по поверхням довільного профілю. Розроблена також програма для автоматизації обчислень, яка дозволяє враховувати різноманітні вимоги як до геометричних параметрів, так і кінематичних. Конкретні чисельні результати кінематичного аналізу наведені при моделюванні руху шасі по перешкодам типу «сходовий марш». Запропонований також критерій, який може бути використаний при прогнозуванні появи такого небажаного явища як відрив коліс від опорної поверхні, що, в свою чергу, може призвести до нестабільного руху шасі у цілому. Зазначений критерій визначає відносне відхилення траєкторії руху центру мас механічної системи від прямої лінії. В результаті проведених чисельних експериментів були визначені геометричні параметри шасі, при яких значення критерію є мінімальним.

Список використаної літератури

1. *Boucher G.* Mobile wheeled robot with step climbing capabilities / G. Boucher, L. M. Sanchez // In book “Mobile Robots – State of the Art in Land, Sea, Air, and Collaborative Missions”, 2009, 336 p. – P.49-61.
2. *Kumar P.* Dynamic modeling, simulation and velocity control of rocker-bogie rover for space exploration / P. Kumar, P. M. Pathak // Int. J. of Intelligent Mechatronics and Robotics. – 2011. – P. 27-41.
3. *Васильев А. В.* Принципы построения и классификация шасси мобильных роботов наземного применения и планетоходов / А. В. Васильев // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2013. – Вып. 1. – С. 124-131.
4. *Quaglia G.* A modular approach for a family of ground mobile robots / G. Quaglia, R. Oderio [et al.] // Int. J. of Advanced Robotic Systems. – 2013. – Vol. 10, # 296: 2013. – P. 1–11.
5. *Алисейчик А. П.* Модель и динамические оценки управляемости и комфортабельности движения многоколесного мобильного робота / А. П. Алисейчик, В. Е. Павловский // Проблемы управления. – 2013. – № 1. – С. 70-78.
6. *Maske Y. L.* Modeling and MBD simulation of stair climbing robot with rocker bogie mechanism / Y. L. Maske, S. V. Patil, S. Deshmukh // Int. J. of Innovative Research in Technology. – 2015. – Vol. 1, Iss. 12. – P. 267-273.
7. *Павловський М. А.* Теоретична механіка / М. А. Павловський. – К.: Техніка, 2002. – 510 с.
8. *Акинфиев Т.* Управление колесным роботом при движении по лестнице

- / Т. Акинфиев, М. Армада, Р. Фернандес // Штучний інтелект. – 2008. – № 3. – С. 397-404.
9. *Jeyabalaji C.* Design of low cost stair climbing robot using Arduino / C. Jeyabalaji, V. Vimalkhanna [et al.] // Int. J. of Engineering Research and Applications. – 2014. – Vol. 4, Iss. 10. – P. 15-18.
 10. *Jinda H.* Stair climbing robot / H. Jinda, R. Gupta, Ch. Singh, R. K. Dang // Int. J. of Scientific Research. – 2015. – Vol. 4, Iss. 10. – P. 50-53.
 11. *Lauria M.* Octopus: An autonomous wheeled climbing robot / M. Lauria, Y. Piguat, R. Siegwart // Proc. 5th Int. conf. Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines CLAWAR-2002, 25-27 Sept. 2002. – P. 315-322.