

УДК 681.5.015.8:519

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/2219-380415201686207>І. М. Голінко¹, доцент, к. т. н, І. Є. Галицька², доцент, к. т. н

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМІНУ ДЛЯ ВОДЯНОГО КАЛОРИФЕРА У ПРОСТОРИ СТАНІВ

En

For the synthesis of automatic control system of industrial conditioner within the framework of the single computer-integrated complex it is necessary to take into account technological connections between climatic equipment. It implies that the complex dynamic model of industrial conditioner in state space can be obtained from the present mathematical models of climatic equipment of conditioner.

Mathematical modelling of the heat exchange dynamic processes for the aquatic heater used in the artificial microclimate systems is considered. Equivalent models are obtained on the basis of the thermal balance equations: in the form of differential equations systems and in state space, which allow to carry out modelling of transients for the aquatic heater on the basic channels of influence.

Sampling of dynamic model is defined by the methods of control system synthesis of the industrial air conditioner and the researcher preferences. For accuracy increasing of mathematical calculations the experimental definition of heat exchange factors, which allows to adapt dynamic model for particular operating conditions for the aquatic heater is offered.

The offered mathematical dependences are conveniently realised in the environment of Matlab. The instance of transients modelling for the aquatic heater of industrial air conditioner CV-P 2L N-63B/F-N, manufactured by VTS CLIMA, is presented. The gained transients have a periodic character without delay.

The transients of heater have an identical order of inertia with the temperature sensor and executing mechanism. That is why the inertia of these facilities of automation must be taken into account at the control system synthesis. Due to the nature of the obtained transients for the aquatic heater control it is possible to recommend PI-regulator.

The dynamic model for the aquatic heater can be used by specialists in the field of automation for the analysis and adjustment of the control systems parameters of industrial air conditioners.

Ru

Рассматривается математическое моделирование динамических процессов теплообмена для водяного калорифера, который используется в вентиляционных установках и системах искусственного микроклимата. На основе уравнений теплового баланса получены равноценные модели: в виде системы дифференциальных уравнений и в пространстве состояний, которые позволяют проводить моделирование переходных процессов для водяного калорифера по основным каналами влияния.

Предложенные математические зависимости удобно реализуются в среде *MatLAB*. Приведен пример моделирования переходных процессов для

¹ Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", кафедра автоматизації теплоенергетичних процесів

² Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", кафедра інформаційної безпеки

водяного калорифера *CVP2-HW2* кондиціонера *CV-P 2L N-63B/F-N*, который изготавливается фирмой *VTS CLIMA*.

Динамическая модель водяного калорифера может использоваться специалистами по автоматизации для анализа и настройки параметров систем управления вентиляционными установками и промышленными кондиционерами.

Вступ

Для синтезу автоматичної системи керування промисловими комплексами штучного мікроклімату (АСК ПКШМ) найчастіше досліджується динаміка теплообмінних процесів обладнання кондиціонера [1], [2]. У роботах [3] – [7] динамічні моделі обладнання кондиціонера представлено матричною передатною функцією та рівноцінною залежністю у просторі станів. Тут типовий динамічний елемент кліматичного обладнання розглядається як багатовимірний об'єкт керування (ОК) із п'ятьма входами та двома виходами. У [8] запропоновано методіку розробки комплексної моделі промислового кондиціонера, яка дозволяє у просторі станів із наявних математичних моделей кліматичного обладнання отримати комплексну динамічну модель промислового кондиціонера із врахуванням взаємозв'язків між обладнанням.

Такий підхід дозволяє проводити синтез АСК промислового кондиціонера в рамках єдиного комп'ютерно-інтегрованого комплексу із врахуванням технологічних зв'язків між кліматичним обладнанням, що є базовим принципом синтезу сучасної АСК ПКШМ [9].

Постановка задачі

Мета роботи – отримати математичну модель процесу теплообміну для водяного калорифера, яка дасть можливість провести аналіз динамічних характеристик водяного калорифера промислового кондиціонера. Додаткова умова – зручність використання отриманої моделі у середовищі *MatLAB*.

Динамічна модель теплообміну для водяного калорифера

Для моделювання теплообмінних процесів у калориферах дослідники використовують аналітичні моделі із зосередженими та розподіленими параметрами. Використання розподілених моделей покращує точність розрахунків, проте, сама модель стає дещо складнішою. Із іншої сторони не завжди ускладнення моделі приводить до збільшення точності.

В даній роботі розглядається аналітична модель із зосередженими параметрами. Розрахункова схема водяного калорифера представлена на рис. 1. При розробці динамічної моделі водяного калорифера прийнято

наступні спрощення: теплообмін із навколишнім середовищем відсутній; модель містить три динамічні елементи із зосередженими параметрами (вода, теплообмінна поверхня та повітря); фізичні властивості матеріальних потоків та поверхні теплообміну приведені до усереднених значень робочого діапазону.

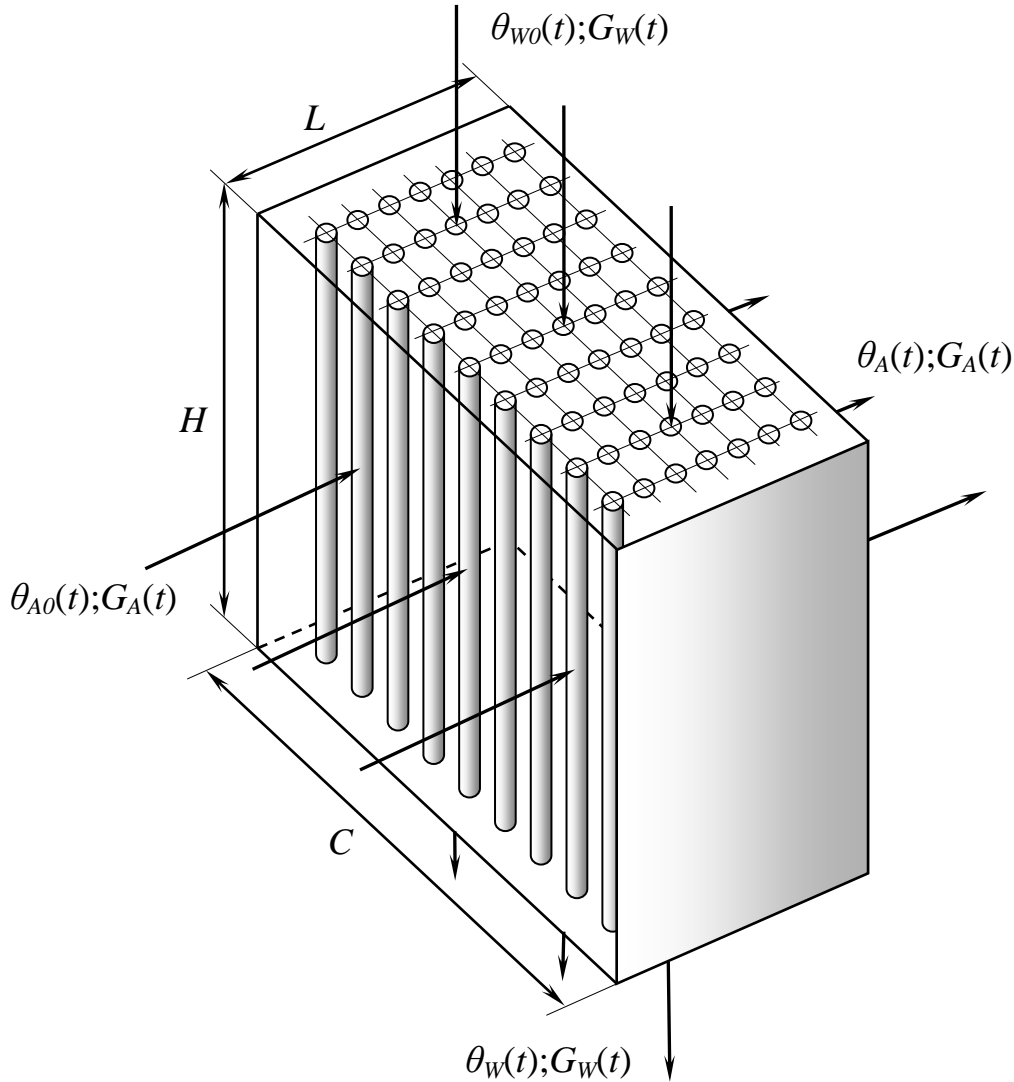


Рис. 1. Розрахункова схема калорифера

Гріючим теплоносієм є вода із витратою $G_w(t)$, температура теплоносія на вході у калорифер $\theta_{w0}(t)$, на виході – $\theta_w(t)$. Калорифер містить n трубок довжиною H . Теплоносій нагріває теплообмінні трубки, усереднена температура яких $\theta_M(t)$. Перехресно до руху теплоносія у калорифер надходить повітря із витратою $G_A(t)$. Вхідна температура повітря – $\theta_{A0}(t)$, вихідна – $\theta_A(t)$. Геометричні розміри теплообмінника: L , C , H , – глибина, ширина та висота калорифера. Розглянемо тепловий баланс у динаміці для кожного динамічного елемента.

Тепловий баланс для теплоносія, що протікає у трубках:

$$G_w c_w (\theta_{w0} - \theta_w) - \alpha_0 F_0 (\theta_w - \theta_M) = M_w c_w \frac{d\theta_w}{dt}, \quad (1)$$

тут c_w – теплоємність теплоносія; α_0 – коефіцієнт тепловіддачі між теплоносієм та внутрішньою поверхнею труб; F_0 – площа внутрішньої поверхні усіх труб, $F_0 = n L \pi d_0$, d_0 – внутрішній діаметр труб; M_w – маса теплоносія в усіх трубах калорифера, $M_w = n \rho_w L \pi d_0^2 / 4$, ρ_w – густина теплоносія. Після спрощення та лінеаризації рівняння (1) прийме вигляд:

$$T_w \frac{d\Delta\theta_w}{dt} + \Delta\theta_w = k_0 \Delta\theta_{w0} + k_1 \Delta\theta_M + k_2 \Delta G_w, \quad (2)$$

де $K_w = c_w G_w + \alpha_0 F_0$; $T_w = \frac{c_w M_w}{K_w}$; $k_0 = \frac{c_w G_w}{K_w}$; $k_1 = 1 - k_0$;

$$k_2 = \frac{c_w (\theta_{w0} - \theta_w)}{K_w}.$$

Тепловий баланс для теплообмінної поверхні калорифера:

$$\alpha_0 F_0 (\theta_w - \theta_M) - \alpha_1 F_1 (\theta_M - \theta_A) = M_M c_M \frac{d\theta_M}{dt}, \quad (3)$$

тут c_M – теплоємність металу; α_1 – коефіцієнт тепловіддачі між зовнішньою поверхнею труб та повітрям; F_1 – площа зовнішньої поверхні теплообміну калорифера; M_M – маса металу теплообмінної поверхні.

Після спрощення рівняння (3) отримаємо диференціальне рівняння у пристроях:

$$T_M \frac{d\Delta\theta_M}{dt} + \Delta\theta_M = k_3 \Delta\theta_w + k_4 \Delta\theta_A, \quad (4)$$

де $K_M = \alpha_0 F_0 + \alpha_1 F_1$; $T_M = \frac{c_M M_M}{K_M}$; $k_3 = \frac{\alpha_0 F_0}{K_M}$; $k_4 = 1 - k_3$.

Тепловий баланс для повітряного простору калорифера:

$$G_A c_A (\theta_{A0} - \theta_A) - \alpha_1 F_1 (\theta_M - \theta_A) = M_A c_A \frac{d\theta_A}{dt}, \quad (5)$$

тут c_A – теплоємність повітря; M_A – маса повітря у об'ємі $H \times L \times C$ калорифера. Після спрощення та лінеаризації рівняння (5) прийме вигляд:

$$T_A \frac{d\Delta\theta_A}{dt} + \Delta\theta_A = k_5 \Delta\theta_{A0} + k_6 \Delta\theta_M + k_7 \Delta G_A, \quad (6)$$

де $K_A = c_A G_A + \alpha_1 F_1$; $T_A = \frac{c_A M_A}{K_A}$; $k_5 = \frac{c_A G_A}{K_A}$; $k_6 = 1 - k_5$; $k_7 = \frac{c_A (\theta_{A0} - \theta_A)}{K_A}$.

Рівняння (2), (4) та (6) описують поведінку розглянутих динамічних елементів водяного калорифера. Математичну модель теплообміну водяного калорифера представимо системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} T_W \frac{d \Delta \theta_W}{dt} + \Delta \theta_W = k_0 \Delta \theta_{W0} + k_1 \Delta \theta_M + k_2 \Delta G_W; \\ T_M \frac{d \Delta \theta_M}{dt} + \Delta \theta_M = k_3 \Delta \theta_W + k_4 \Delta \theta_A; \\ T_A \frac{d \Delta \theta_A}{dt} + \Delta \theta_A = k_5 \Delta \theta_{A0} + k_6 \Delta \theta_M + k_7 \Delta G_A. \end{cases} \quad (7)$$

Математична модель (7) у просторі станів прийме вигляд:

$$\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \quad (8)$$

$$\text{де: } \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} \Delta \theta'_A \\ \Delta \theta'_M \\ \Delta \theta'_W \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/T_A & k_6/T_A & 0 \\ k_4/T_M & -1/T_M & k_3/T_M \\ 0 & k_1/T_W & -1/T_W \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_M \\ \Delta \theta_W \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} k_5/T_A & k_7/T_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_0/T_W & k_2/T_W \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_{A0} \\ \Delta G_A \\ \Delta \theta_{W0} \\ \Delta G_W \end{bmatrix}.$$

Представимо (7) системою алгебраїчних рівнянь в області Лапласа.

$$\begin{cases} \Delta \theta_W (T_W p + 1) = k_0 \Delta \theta_{W0} + k_1 \Delta \theta_M + k_2 \Delta G_W; \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \Delta \theta_M (T_M p + 1) = k_3 \Delta \theta_W + k_4 \Delta \theta_A; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \Delta \theta_A (T_A p + 1) = k_5 \Delta \theta_{A0} + k_6 \Delta \theta_M + k_7 \Delta G_A. \end{cases} \quad (11)$$

З (9) знаходимо $\Delta \theta_W(p)$; з (10) визначимо $\Delta \theta_M(p)$, враховуючи $\Delta \theta_W(p)$; знайдене $\Delta \theta_M(p)$ підставляємо у (11), після групування подібних та спрощення отримаємо:

$$\Delta \theta_A = \frac{1}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1} \left[(b_2 p^2 + b_1 p + b_0) \Delta \theta_{A0} + (b_5 p^2 + b_4 p + b_3) \Delta G_A + b_6 \Delta \theta_{W0} + b_7 \Delta G_W \right], \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{де } a_3 &= \frac{T_W T_M T_A}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad a_2 = \frac{T_W T_M + T_W T_A + T_M T_A}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \\ a_1 &= \frac{T_W + T_M + T_A - k_1 k_3 T_A - k_4 k_6 T_W}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad b_0 = \frac{k_5 (1 - k_1 k_3)}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \\ b_1 &= \frac{k_5 (T_W + T_M)}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad b_2 = \frac{k_5 T_W T_M}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad b_3 = \frac{k_7 (1 - k_1 k_3)}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \\ b_4 &= \frac{k_7 (T_W + T_M)}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad b_5 = \frac{k_7 T_W T_M}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \quad b_6 = \frac{k_0 k_3 k_6}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}; \\ b_7 &= \frac{k_2 k_3 k_6}{1 - k_1 k_3 - k_4 k_6}. \end{aligned}$$

Застосовуючи зворотне перетворення Лапласа, можна знайти аналітичний розв'язок (12) за каналами регулювання та збурення.

Приклад моделювання

За динамічною моделлю (8) проведемо моделювання перехідних процесів для водяного калорифера *CVP2-HW2*, який виготовляється фірмою *VTS CLIMA* для стельового кондиціонера *CV-P 2L N-63B/F-N* [10]. У табл. 1 подано теплофізичні величини для калорифера *CVP2-HW2*.

Таблиця 1.

Теплофізичні параметри водяного калорифера *CVP2-HW2*

Назва параметру	Позначення	Числове значення	Розмірність
Габарити водяного калорифера	$H \times C \times L$	0.38×1×0.4	м
Витрата води	G_W	0.25	кг/сек
Густина води	ρ_W	986	кг/м ³
Теплоємність води	c_W	4185	Дж/(кг °С)
Маса води у калорифері	M_W	1.58	кг
Площа внутрішньої поверхні теплообміну	F_0	0.84	м ²
Коефіцієнт тепловіддачі для внутрішньої поверхні	α_0	1100	Вт/(м ² °С)
Густина металу трубчатки	ρ_M	8500	кг/м ³
Теплоємність металу	c_M	430	Дж/(кг °С)
Маса теплообмінної трубчатки	M_M	2.9	кг
Площа зовнішньої поверхні теплообміну	F_1	6.4	м ²
Коефіцієнт тепловіддачі для зовнішньої поверхні	α_1	180	Вт/(м ² °С)

Назва параметру	Позначення	Числове значення	Розмірність
Витрата повітря через калорифер	G_A	0.43	кг/сек
Густина повітря	ρ_A	1.2	кг/м ³
Теплоємність повітря	c_A	1010	Дж/(кг °С)
Маса повітря у калорифері	M_A	0.18	кг
Вхідна температура води	θ_{w0}	70	°С
Вихідна температура води	θ_w	50	°С
Вхідна температура повітря	θ_{A0}	14	°С
Вихідна температура повітря	θ_A	23	°С

Розрахунок матриць для моделі (8) водяного калорифера *CVP2–HW2* проводився у середовищі *MatLAB*, маємо наступні чисельні значення:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -8.73 & 6.34 & 0 \\ 0.92 & -1.66 & 0.74 \\ 0 & 0.14 & -0.3 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2.39 & -50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.16 & 12.66 \end{bmatrix}.$$

Імітаційне моделювання динамічного режиму для водяного охолоджувача *CVP2–HW2* проводилося у середовищі *Simulink MatLAB* із використанням функціонального блоку *State Space*. Результати моделювання перехідних процесів за каналами впливу подані рис. 2.

Отримані перехідні процеси мають аперіодичний характер без запізнення. Перехідні процеси калорифера мають однаковий порядок інерційності із датчиком температури та виконуючим механізмом, тому інерційність цих засобів автоматизації необхідно враховувати при синтезі системи керування. За характером отриманих перехідних процесів для керування водяним калорифером можна рекомендувати ПІ-регулятор. За практичними рекомендаціями, для керування швидкодіючими об'єктами використання ПІД-регуляторів не виправдовує себе.

Для аналізу і порівняння досліджена аналітична модель водяного калорифера із розподіленими параметрами [11]. У моделі цього калорифера повітряний простір розглядається як зосереджена ємкість (враховується інтенсивне перемішування повітря вентилятором), а теплоносій та теплообмінна трубка розглядаються як елемент із розподіленням температури за довжиною трубки. Моделювання перехідних процесів за каналами впливу для водяного калорифера із розподіленими параметрами *CVP2–HW2* практично повторило результати зображені на рис. 2, що пояснюється наявністю зосередженої ємкості повітряного простору калорифера, яка “осереднила” результати розрахунків розподілених параметрів для трубки та теплоносія. Аналітичне моделювання теплообмінних процесів із

розподіленими параметрами достатньо складне завдання. В аналітичному розв'язку з'являються трансцендентні функції [12]. Для таких задач рекомендувати аналітичні розв'язки, мабуть, не варто.

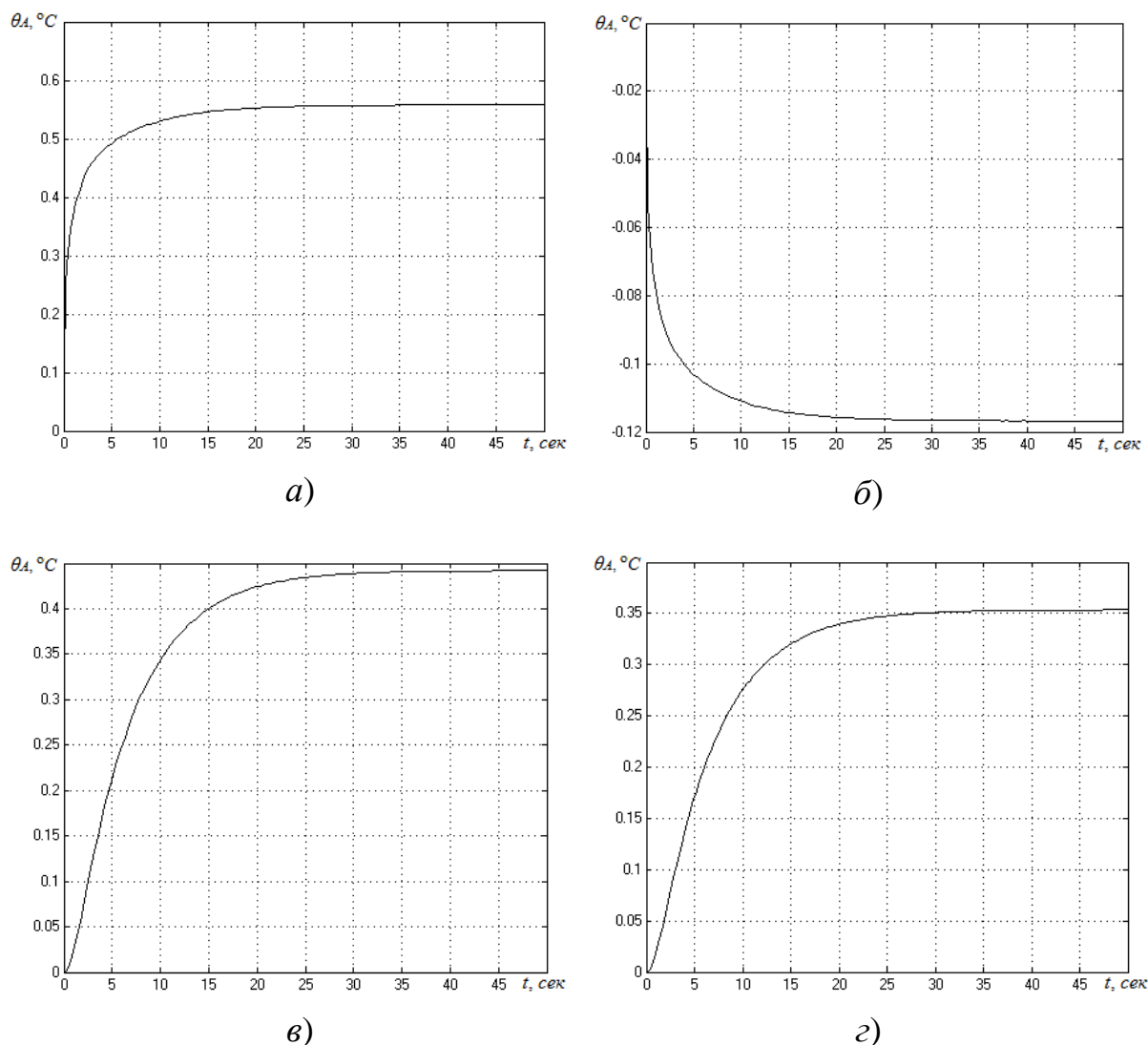


Рис. 2. Перехідні процеси для калорифера *CVP2-HW2* за каналами впливу:

а) $\Delta\theta_{A0} \rightarrow \Delta\theta_A$, $\Delta\theta_{A0} = 1^\circ\text{C}$; б) $\Delta G_{A0} \rightarrow \Delta\theta_A$, $\Delta G_{A0} = 0.01 \text{ кг/сек}$;

в) $\Delta\theta_{W0} \rightarrow \Delta\theta_A$, $\Delta\theta_{W0} = 1^\circ\text{C}$; г) $\Delta G_{W0} \rightarrow \Delta\theta_A$, $\Delta G_{W0} = 0.01 \text{ кг/сек}$

На практиці використовуються чисельні методи. За дослідженнями роботи можна зробити висновок, що використання розподілених моделей для моделювання теплообмінних апаратів промислових кондиціонерів нецільно.

Висновки

В статті розглянута динамічна модель теплообміну для водяного калорифера із зосередженими параметрами, яка може використовуватися

для синтезу систем керування припливно-витяжними вентиляційними установками, або промисловими комплексами штучного мікроклімату. Запропоновано математичний опис, який представляє динамічні властивості водяного калорифера за основними каналами регулювання та збурення. Наведено приклад моделювання перехідних процесів для водяного калорифера за каналами впливу.

Динамічну модель апарату подано у просторі станів, що має ряд переваг порівняно із записом у вигляді передатних функцій. Наприклад, дозволяє описати внутрішні структури, некеровані та неспостережені змінні за допомогою мінімального числа параметрів. Додатковим аргументом на користь векторних моделей є велика кількість математичних пакетів для комп'ютерного аналізу технічних систем у просторі стану, які дозволяють із незначними часовими витратами проводити складні математичні дослідження.

Список використаної літератури

1. *Халимовский А. М.* Микропроцессорная система автоматического управления параметрами воздуха рабочей среды человека / А.М. Халимовский, О.И. Киселичник, Н.Я. Островерхов и др. // *Электроника и связь.* –2001. № 13, –С. 50–54.
2. *Голінко І. М.* Аналіз та забезпечення ефективного керування системами штучного мікроклімату / І. М. Голінко, С. Г. Степаненко, І.Є. Галицька, В. Ю. Степаненко // *Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки: матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції, 17 – 18 квітня 2013 р., - Київ, 2013. С. 172–175.*
3. *Голінко І. М.* Аналіз системи керування для промислового кондиціонера із парозволожувачем / І. М. Голінко, В. Г. Трегуб // *Східно-Європейський журнал передових технологій.* –2012, № 6/8(60). – С. 14-18.
4. *Голінко І. М.* Динамічна модель тепломасообміну для водяного охолоджувача промислового кондиціонера / І. М. Голінко // *Наукові вісті НТУУ “КПІ”.* –2014, № 6. –С. 27–34.
5. *Голінко І. М.* Математичне моделювання процесів тепло- та масообміну для камери парового зволоження / І. М. Голінко, І. Є. Галицька, В. Ю. Степаненко // *Прикарпатський вісник НТШ. Серія Число.* –2014, № 1(25). С. 54–62.
6. *Голінко І. М.* Динамічна модель тепломасообмінних процесів у камері форсуночного зволоження / І. М. Голінко, А. І. Кубрак, І. Є. Галицька // *Інформаційні системи, механіка та керування.* 2014. № 11, С. 61–71.
7. *Голінко І. М.* Комплексна динамічна модель промислового кондиціонера із форсуночним зволожувачем у просторі стану / І. М. Голінко,

- І. Є. Галицька // Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки: збірка доповідей X Міжнародної науково-практичної конференції, 16 – 17 квітня 2015 р., - Київ, 2015. С. 201-207.
8. *Голінко І. М.* Оптимізація багатовимірних систем керування для комплексів штучного мікроклімату / І. М. Голінко, І. Є. Галицька // Прикарпатський вісник НТШ. Число.- Івано-Франківськ, 2016. - №1(33).- С. 61-73.
9. *Голінко І. М.* Принципи синтезу автоматичних систем керування промисловими кондиціонерами / І. М. Голінко // Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. – 2016. № 8, –С. 33–42.
10. Каталог. *VENTUS* – вентиляционные агрегаты и центральные кондиционеры. –М.: VTSGroup, 2003. –156 с.
11. *Голінко І. М.* Динамічна модель теплового режиму калорифера / І. М. Голінко, А. П. Ладанюк, Л. Д. Кошелева // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. –2009, № 3(16). –С. 59-63.
12. *Голінко І. М.* Моделювання та оптимізація систем керування [Текст]: монографія / І. М. Голінко, А. І. Кубрак. – Кам'янець–Подільський: ПП Буйницький, 2012. –262 с.