

О. М. Нечипоренко, А. О. Джуржий

## МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ БАРОМЕТРИЧНОГО ВИСОТОМІРА

### Вступ

Надійність засобів вимірювання висоти польоту літака визначає один з найважливіших властивостей його якості.

Відомо, що при зміні визначального параметра у часі і досягненні ним межі допуску виникає відмова системи [1, 2]. Крім того, втрату стійкості системи можна розглядати як її відмову: нестійка система, яка знаходиться на межі (аперіодичної або коливальної) стійкості, не є працездатною: будь-яке незначне відхилення призводить до її відмови. В зв'язку з цим у якості межі допуску визначального параметра системи можна розглянути межу її параметричної стійкості.

Задачу визначення меж параметричної стійкості в теорії автоматичного регулювання вирішує умова *параметричної стійкості системи* [3, 4, 5, 6]. Ця умова розглянута тільки для стаціонарних систем, причому не визначено, яким чином ця умова впливає на надійність системи.

Наукова новизна роботи полягає в використанні *параметричного критерію відмови* робастно стійких систем, в якому поєднані класичні показники безвідмовності технічних систем і критерії стійкості, для розрахунку надійності частотно-залежних систем автоматичного керування, зокрема барометричних висотомірів на основі датчиків тиску з механічними резонаторами.

Такий критерій також дозволить враховувати процеси фізичної деградації системи під час її експлуатації при нормуванні часу наступного підрегулювання (тривалості міжремонтного періоду).

Використання параметричного критерію відмови робастно стійких систем дозволило розробити методику розрахунку надійності барометричних висотомірів.

Барометричний висотомір на основі частотного датчика тиску з циліндричним резонатором [7] представляє собою автоколивальну систему, для якої дуже важливо визначити межі її стійкості. При проектуванні автоколивального контуру частотно-залежної системи «механічний резонатор – система збудження коливань» частотного барометричного висотоміра і аналізі його надійності можна використати запропонований в [6] критерій параметричної надійності робастно стійких систем автоматичного керування, розглядаючи у якості визначального параметра частоту власних коливань циліндра механічного резонатора і використовуючи лінійну фізично-ймовірнісну модель зміни товщини стінки у часі за рахунок її фізичної деградації.

Втрату стійкості такої системи можна розглядати як її відмову: нестійка система, яка знаходиться на межі (аперіодичної або коливальної) стійкості, не є працездатною: будь-яке незначне відхилення призводить до її відмови. Якщо в якості визначального параметра розглянути власну частоту коливань механічного резонатора (вібруючого циліндру), то при зміні частоти за рахунок фізичної деградації частотно-залежної системи (старіння, забруднення, втоми, зношування тощо) зміна визначального параметра у часі призведе до досягнення ним межі стійкості, тобто до відмови всієї системи. Задачу визначення меж параметричної стійкості в теорії автоматичного керування вирішує *умова параметричної стійкості системи*.

Розробка методики розрахунку надійності таких систем є актуальною з точки зору підвищення надійності та якості технічних об'єктів та систем.

### Аналіз проблеми

Надійність барометричного висотоміра на основі частотного датчика тиску з циліндричним резонатором в значній мірі залежить від працездатності автоколивального контуру частотно-залежної системи «механічний резонатор – система збудження коливань», яка на теперішній час ефективно не вирішена. Розглянута методика пропонує шляхи її вирішення за допомогою врахування процесів фізичної деградації автоколивальної системи під час її експлуатації при нормуванні тривалості міжремонтного періоду (часу наступного підрегулювання системи).

### Постановка задачі

Параметри стаціонарних параметрично стійких систем із часом (у силу старіння, втоми, фізичної деградації або інших причин) можуть змінюватися, тобто такі системи можна розглядати як квазістаціонарні або нестаціонарні. У подібних випадках виникає задача побудови системи таким чином, щоб вона була стійка не тільки при фіксованих значеннях параметрів, а при всіх допустимих її значеннях, заданих діапазонами їх змінювання при проектуванні системи.

Мета роботи – при знаходженні меж параметричної стійкості системи враховувати *час* досягнення цієї межі визначальним параметром системи, який вважати наробітком системи до відмови.

### Окремі питання оцінювання параметричної надійності систем

У багатьох технічних системах визначальний параметр, який домінує як «найслабша ланка» з точки зору параметричної надійності, тобто є мірою її якості, можна періодично регулювати, тобто встановлювати його значення відповідно до номінального, якщо цей параметр має властивість з

часом змінюватися і виходити за допустимі межі. Цей параметр називають *регульованим визначальним параметром* (РВП), він визначає необхідність проведення профілактичних робіт. Позначимо РВП  $A(t)$ , значення якого дорівнює деякому не випадковому номінальному значенню цього параметра системи  $A_0$ .

Під час проведення технічного обслуговування значення РВП  $A_{01}$  у момент часу  $t_{01}$  можна встановити з деякою похибкою:  $A_{01} \approx A_0$ . У подальшій експлуатації системи РВП випадково змінюється, що можна подати полюсною випадковою функцією часу  $A(t)$ , усі реалізації якої проходять через одну не випадкову точку – «полюс»  $(A_{01}, t_{01})$ . Під час чергового технічного обслуговування у всіх  $j=1, 2, \dots, n$  експлуатованих подібних систем у момент часу  $t_{02}$  знову встановлюють з деякою похибкою початкове значення параметра  $A_{02} \approx A_0$  і випадковий процес розрегулювання повторюється знову (рис. 1).

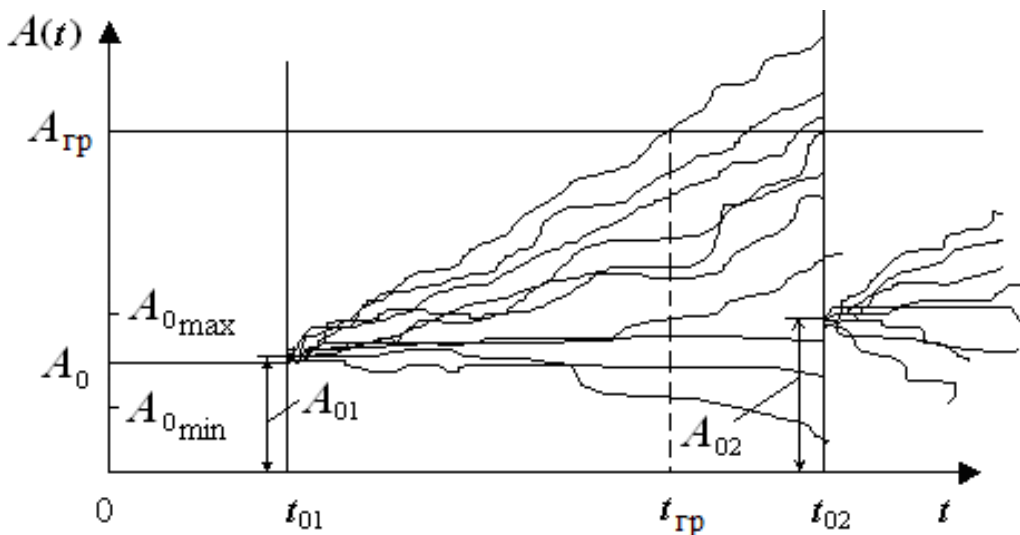


Рис. 1. Полюсна випадкова функція  $A(t)$  регульованого визначального параметра об'єкта

Через дуже повільну швидкість зміни РВП у порівнянні з часом досягнення межі параметричної стійкості системи, розглянутий процес розрегулювання можна апроксимувати лінійною віяловою функцією з ненульовим початковим розсіюванням

$$A(t) = A_0 + \Psi t, \quad (1)$$

де  $\Psi$  – випадкова швидкість розрегулювання;  $t$  – час, що відраховується від моменту  $t_{0i}$  проведення останнього технічного обслуговування (рис. 2).

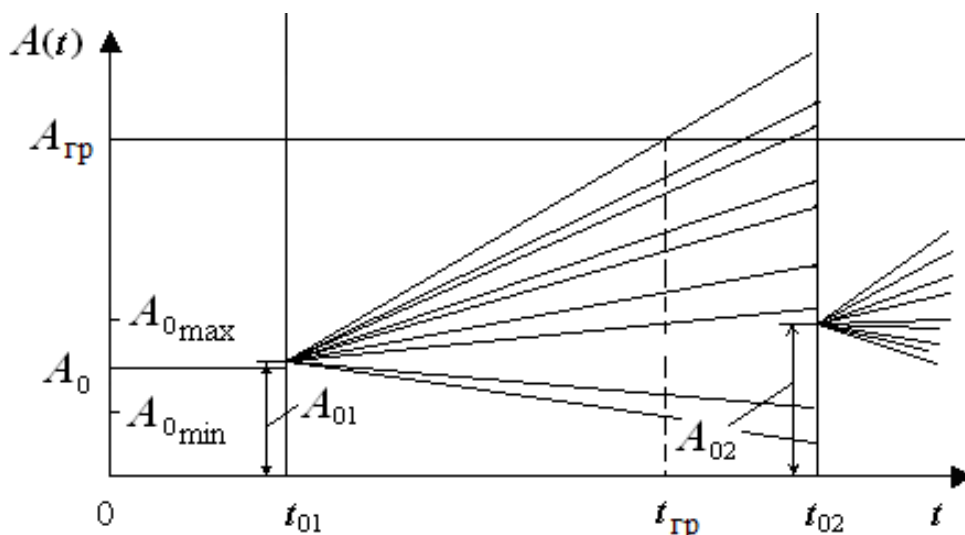


Рис. 2. Поліусна випадкова функція рвп у разі апроксимації лінійною віяловою функцією

Лінеаризація процесу розрегулювання здійснюється у такий самий спосіб, як і лінеаризація процесу зношування. Для визначення оцінок характеристик  $m_\psi$  та  $S_\psi$ , що описують процес розрегулювання, потрібно хоча б в один момент часу виміряти значення РВП  $j$  однотипних систем,  $j=1, 2, \dots, n$ . Крім того, слід знати момент проведення ( $t_{0(i-1)}$ ) і результат ( $A_{0(i-1)}$ ) попереднього ( $i-1$ )-го регулювання під час технічного обслуговування. Зазначимо, що на номінальні значення РВП  $A_0$  здебільшого встановлюються допуски  $A_0 \in (A_{0\min}, A_{0\max})$ , де  $\Delta A_0$  – допустима похибка регулювання,  $\Delta A_0 = A_{0\min} - A_{0\max}$ , тому початкові значення  $A_0$  за  $i$ -х регулювань можуть відрізнятися у межах допусків.

Значення випадкової швидкості зміни РВП обмежені нижньою  $\psi_i$  і верхньою  $\psi_{\hat{a}}$  межами:

$$\Psi \in (\psi_i, \psi_{\hat{a}}) \quad \text{за} \quad \psi_i > 0, \quad \psi_{\hat{a}} > 0.$$

У цьому випадку приймемо, що аргумент  $\Psi$  моделі (1) має усічений нормальний розподіл, щільність якого має вигляд:

$$f(\Psi) = cf(\psi) = \frac{c}{S_\psi \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\Psi - m_\psi)^2}{2S_\psi^2} \right\}, \quad (2)$$

де  $f(\psi)$  – щільність нормального (не усіченого) розподілу Гауса;  $c$  – нормувальний множник, який обумовлений тим, щоб площа під кривою щільності розподілу дорівнювала одиниці, тобто

$$c \int_{\psi_2}^{\psi_1} f(\psi) d\psi = 1.$$

За допомогою підстановки  $z = \frac{\Psi - m_\Psi}{S_\Psi}$ , де  $m_\Psi$ ,  $S_\Psi$  – відповідно математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення не усіченого нормального розподілу швидкості зміни РВП, після перетворення отримуємо:

$$c = \frac{1}{\hat{O}(z_2) - \hat{O}(z_1)}, \quad (3)$$

де  $\Phi(z)$  – нормована функція Лапласа,  $z_1 = \frac{\Psi_{\hat{i}} - m_\Psi}{S_\Psi}$ ;  $z_2 = \frac{\Psi_{\hat{a}} - m_\Psi}{S_\Psi}$ .

Для РВП устанавлюється деяке граничне (критичне) значення  $A_{\text{ад}}$  (рис. 1, рис. 2), у разі досягнення якого порушується працездатність об'єкта. Випадковий час досягнення РВП  $A(t)$  значення  $A_{\text{ад}}$  знаходять за формулою:

$$t_{\text{гр}} = \frac{A_{\text{ад}} - A_0}{\Psi}.$$

Щільність розподілу часу досягнення РВП значення  $A_{\text{ад}}$  з усіченим нормальним розподілом (2) швидкості  $\Psi$  з використанням віялових моделей з нульовим початковим розсіюванням [2] має вигляд:

$$f(t) = f[A(t)] = \frac{c\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right\} \quad (4)$$

за  $t_1 < t < t_2$ , де  $t_1$ ,  $t_2$  – межі зміни часу  $\{t\}$  виходу РВП за значення  $A_{\text{ад}}$ ,

$t_1 = \frac{A_{\text{гр}} - A_0}{\Psi_{\text{В}}}$ ,  $t_2 = \frac{A_{\text{гр}} - A_0}{\Psi_{\text{Н}}}$ , щільність розподілу  $f[A(t)]$  за формулою (4)

відповідає альфа-розподілу, параметри якого дорівнюють  $\beta = \frac{A_{\text{ад}} - A_0}{S_\Psi}$ ;

$\alpha = \frac{m_\Psi}{S_\Psi}$ , а нормувальний множник  $c$  можна знайти згідно з формулою (3);

при цьому для альфа-розподілу:

$$z_1 = \frac{\beta}{t_2} - \alpha; \quad z_2 = \frac{\beta}{t_1} - \alpha.$$

Ідентичність розглянутої моделі у прийнятій постановці з моделлю оцінювання часу працездатності дає можливість визначити граничний час втрати працездатності системи за рахунок виходу за межі стійкості  $t_{\text{гр}}$ , як інтервал від моменту останнього регулювання РВП (для  $t_{0i} = 0$ ) до втрати

працездатності. Оцінивши значення  $t_{\text{ад}}$ , можна встановити оптимальний, з погляду параметричної надійності, період технічного обслуговування, пов'язаний з регулюванням РВП, тобто у момент проведення профілактичних робіт і налаштувань, треба перевірити, чи не перевищує встановлений нормований період часу  $t_{\text{ддд}} = t_{0i} - t_{0(i-1)}$  до наступного регулювання розрахункового значення  $t_{\text{гр}}$ , і обмежити період регулювання  $t_{\text{ддд}}$  (зменшити нормований період до значення  $t_{\text{ддд}} = t_{\text{ад}}$ ).

### Практичне застосування

При аналізі надійності автоколивального контуру частотно-залежної системи «механічний резонатор – система збудження коливань» частотно-го барометричного висотоміра пропонується використати запропонований критерій, розглядаючи у якості визначального параметра власну частоту коливань циліндра механічного резонатора. Цей параметр завжди є регульованим, як у кожній резонансній системі, коли під час виготовлення і профілактики йде процес налаштування електронної плати автоколивального контуру.

Розглянемо характер випадкового процесу наближення до відмови на прикладі автогенераторного датчика тиску с механічним резонатором у вигляді тонкостінного циліндру. Такий датчик можна розглядати як САК, працездатність якої визначається скалярним РВП  $A$  (наприклад, резонансна частота циліндричного резонатора, що найбільше залежить від товщини циліндра). При цьому простір РВП  $A$  буде одновимірним, а робоча область  $\Omega$  обмежена відрізком прямої (граничне значення ВП  $A_{\text{ад}}$ ). Нехай є множина  $j = \overline{1, n}$  однакових датчиків, одночасно включених у роботу (за  $t = 0$ ), і ВП кожного датчика вимірюється у ті самі моменти часу  $t_i$  ( $i = \overline{1, k}$ )

Для апроксимації математичної моделі зміни частоти у часі використаємо лінійну фізично-ймовірнісну модель (1) зміни власної частоти циліндричного резонатора у часі за рахунок його фізичної деградації (потовщення стінки циліндра за рахунок приєднаної маси конденсату і забруднень робочого середовища, зміна модуля пружності за рахунок утоми і старіння тощо). Розглянуті лінійні моделі зручні для апроксимації випадкових процесів зміни РВП тим, що дають можливість характеризувати ці процеси обмеженою кількістю аргументів моделі, для визначення яких потрібен мінімальний обсяг експериментальних даних.

Зміну РВП таких датчиків у процесі експлуатації (збільшення товщини циліндра за рахунок поступового забруднення, зміна товщини за рахунок зміни щільності приєднаної маси, що резонує разом с циліндром

тощо) будемо розглядати як випадкову функцію часу  $A(t)$ . Для кожного  $j$ -ого датчика ( $j = \overline{1, n}$ ) зміна ВП є реалізацією (складовою)  $A_j(t)$  випадкової функції  $A(t)$ . Точки перетину реалізацій  $A_j(t)$  випадкового процесу із межею  $A_{\text{до}}$  робочої області (поля допуску, що задається умовою параметричної стійкості) відповідають моментам часу відмов  $j$ -их датчиків. Випадковий характер виникнення поступових відмов у процесі експлуатації даних датчиків описується щільністю розподілу  $f\{X(t)\}$  часу перетину ВП межі  $A_{\text{до}}$  тобто щільністю розподілу часу до відмови.

Маючи інформацію про реальне значення часу досягнення РВП граничного значення  $t_r < t_{\text{св}}$  на етапі проектування частотного барометричного висотоміра, можна аналітично розрахувати час збереження його працездатності, тобто зробити обґрунтований прогноз про працездатність у майбутньому. Це дасть змогу вчасно попередити відмови, а також керувати станом частотно-залежної системи, і, проводячи під регулювання, замінюючи її елементи резервним або змінюючи робочі режими такої системи.

*Нестационарний випадковий процес  $A(t)$*  характеризує довгострокові необоротні зміни параметрів у результаті зношування, старіння або розрегулювання. Процес  $A(t)$  – основна причина відмов, його можна назвати **процесом зношування**. Моделі процесів зношування повинні бути функціонально залежними від часу, а їх випадковий характер обумовлюється випадковими параметрами, що не залежать від часу. Подібні випадкові процеси іноді називають **квазі-** або **напіввипадковими**.

### Методика розрахунку надійності барометричного висотоміра

Методика розрахунку надійності автоколивальної системи за критерієм параметричної надійності [6] стійкої нелінійної САК зводиться до наступного: 1) встановлення умов виникнення в системі автоколивань; 2) визначення параметрів автоколивань (амплітуди  $a_0$  і частоти  $\omega_0$  власних коливань), 3) оцінка стійкості автоколивального режиму, розрахунок меж стійкості  $|\omega_0| \ll \omega_{\text{гр}}$ , 4) визначення часу досягнення РВП цих меж стійкості  $\omega_{\text{гр}}$ , використовуючи лінійну модель (1) фізичної деградації механічного резонатора, 5) визначення наробітку системи до відмови.

Дослідження надійності барометричних висотомірів проводиться за наступним алгоритмом.

1. Структурну схему досліджуваної автоколивальної системи (барометричного висотоміра) привести до розрахункової схеми, що містить нелінійний елемент (НЕ) і зібрану в єдиний блок лінійну частину  $W_{\text{л}}(s)$  (рис. 3).

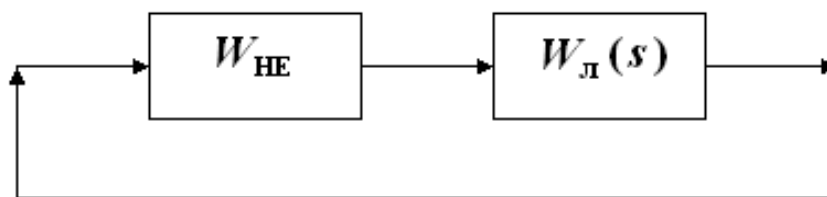


Рис. 3. Структурна схема нелінійної автоколивальної системи

2. При виконанні цього перетворення покласти рівною нулю задану дію, оскільки автоколивання є вільними коливаннями.

3. Вивести вираз для еквівалентного комплексного коефіцієнта передачі нелінійного елемента  $W_{HE}(s)$ , виконавши побудову вихідного сигналу цього елемента при вхідному синусоїдальному сигналі і необхідні операції інтегрування. Еквівалентний комплексний коефіцієнт передачі нелінійного елемента в залежності від амплітуди автоколивань  $a$ :

$$W_{HE}(a) = w(a) + jw'(a).$$

Оскільки статична нелінійна характеристика частотного барометричного висотоміра однозначна, то  $jw'(a) = 0$ .

4. Методом гармонійного балансу з використанням логарифмічних характеристик визначаються параметри автоколивань і їх стійкість.

Умови виникнення автоколивань в нелінійних системах визначаються з використанням рівняння гармонічного балансу:

$$W(j\omega)W_E(a) = -1, \quad (5)$$

яке можна записати у вигляді рівнянь:

$$\arg W(j\omega) + \arg W(a) = (2k + 1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$|W(j\omega)| |W_E(a)| = 1.$$

Логарифмуючи рівняння (5), отримаємо:

$$L(\omega) = -L(a), \quad (6)$$

де  $L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$ ,  $L(a) = 20 \lg |W_E(a)|$ . Для системи з нелінійним елементом, що має однозначну характеристику,  $W_E(a) = w(a)$ , умови виникнення автоколивань приймають вигляд:

$$\varphi(\omega) = -(2k + 1)\pi, \quad k = 0, 1, \dots; \quad (7)$$

$$L(a) = 20 \lg [w(a)]; \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega), \quad (8)$$

$$|W(j\omega)| \leq \left| \frac{1}{W_E(a_0 + \Delta a)} \right|.$$



Для визначення можливості виникнення автоколивань і знаходження параметрів стійких автоколивань необхідно:

- побудувати логарифмічну амплітудну  $L(\omega)$  і фазову  $\varphi(\omega)$  частотні характеристики лінійної частини системи і логарифмічну амплітудну характеристику  $[-L(a)]$  гармонічно лінеаризованого нелінійного елемента; у лінійній системі можливе виникнення автоколивань, як випливає з (6) і (7), якщо для якої-небудь з ординат ЛАЧХ  $L(\omega)$  лінійної частини системи, узятих при значеннях  $\omega$ , при яких ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$  перетинається з прямими  $\varphi(\omega) = -(2k+1)\pi$ ,  $k=0, 1, \dots$ , можна знайти ординату ЛАХ  $[-L(a)]$  нелінійного елемента, яка дорівнює  $L(\omega_0)$ ;
- за точками перетину ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$  з прямими  $\varphi(\omega) = -(2k+1)\pi$ ,  $k=0, 1, \dots$ , знайти частоти  $\omega_0$  можливих автоколивальних режимів;
- визначити значення ординат ЛАЧХ  $[-L(a)]$  лінійної частини системи, відповідні знайденим частотам, а потім з умови (8) графічно знайти амплітуди можливих автоколивань (рис. 4).

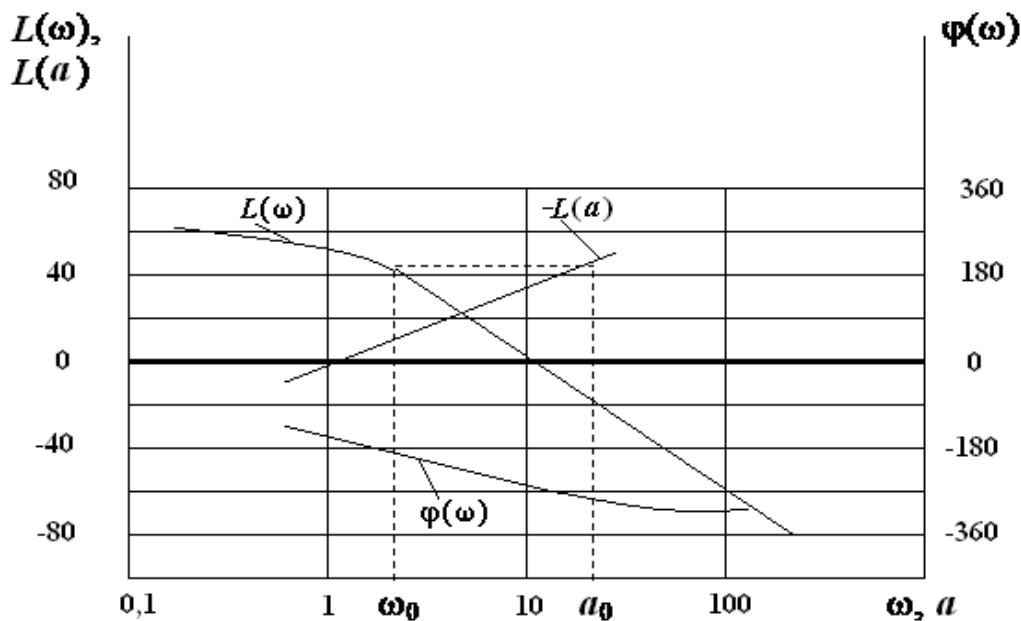


Рис. 4. До визначення параметрів автоколивань  $a_0$  і  $\omega_0$

Автоколивання з амплітудою  $a_0$  будуть стійкими, якщо в малій околиці з координатами  $[a_0, -L(a_0)]$ , дотичні до характеристики  $[-L(a)]$  мають додатні нахили до осі абсцис (до осі  $\omega$  і  $a$ ). Таким чином, автоколивання з амплітудою  $a_0$  будуть стійкими, якщо  $L(\omega_0 + \Delta\omega) < L(a_0 + \Delta a)$ , де  $\omega_0 + \Delta\omega = \omega_{зд}$ .

5. Знайти наробіток до відмови системи  $t_{\text{ад}}$ , тобто час досягнення РВП (власної частоти  $\omega_0$ ) межі автоколивальної стійкості  $\omega_{\text{ад}}$  за допомогою методу послідовних наближень, використовуючи лінійні моделі процесів деградації РВП, функціонально залежні від часу.

### Висновки

Параметри стаціонарної системи як функції часу (змінювання у часі її визначального параметру), представлені параметричною відмовою системи.

Поєднані класичні показники безвідмовності технічних об'єктів з критерієм параметричної стійкості системи, використано новий критерій стійкості робастно стійкої системи як *параметричний критерій її відмови*.

Такий критерій також дозволяє врахувати процеси фізичної деградації автоколивальної системи під час її експлуатації при нормуванні часу наступного підрегулювання (тривалості міжремонтного періоду).

На основі параметричної критерію відмови робастно стійкої системи розроблена методика розрахунку надійності частотного барометричного висотоміра, а саме надійності автоколивального контуру «механічний резонатор – система збудження коливань», якщо у якості регульованого визначального параметра вибрати власну частоту коливань механічного резонатора.

### Список використаної літератури

1. Математическое моделирование динамики определяющего параметра работоспособности изделия с помощью случайных процессов накопления / И. А. Соборова / Научная библиотека диссертаций и авторефератов disserCat. – 1998. – 182 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.dissercat.com/content/matematiceskoe-modelirovanie-dinamiki-opredelyayushchego-parametra-rabotosposobnosti-izdeli#ixzz2EIVzQxB2>.
2. *Нечипоренко О. М.* Основи надійності літальних апаратів: навчальний посібник з грифом МОН України [Текст] // О. М. Нечипоренко/ – К.: НТУУ «КПІ», 2010. – 240 с.– ISBN 978-966-622-360-2.
3. *Оргиян А. А.* Параметрическая устойчивость динамических систем с переменными характеристиками. – Одеса: Odessa State Polytechnic University, 1999. [Електронний ресурс]. Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/portal/natural/Popu/1999\\_1/1\\_15.htm](http://nbuv.gov.ua/portal/natural/Popu/1999_1/1_15.htm).
4. *Поляк Б. Т.* Робастная устойчивость и управление // Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков/ – М.: Наука, 2002. – 303 с.

5. *Азарсков В. М.* Структурно-параметричний синтез робастної системи управління при стохастичних збуреннях і неповних вимірах вектора стану системи // В. М. Азарсков, Т. А. Галагуз, А. А. Тунік / Проблеми інформатизації та управління: Збірник наукових праць. – Вип. 10. – К.: НАУ, 2004. – С. 83-91.
6. *Нечипоренко О. М.* Критерій параметричної надійності робастно стійких систем автоматичного керування // О. М. Нечипоренко / Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр. – К.: Век+, – 2011. – № 54. – С. 76-82.
7. *Клюев Г. И.* Авиационные приборы и системы: Учебное пособие // Г. И. Клюев, Н. Н. Макаров, В. М. Солдаткин/ под ред. В. А. Мишина. – Ульяновск: УлГТУ, 2000. – 343 с. [Текст] – ISBN 5-89146-217-6.