

К. Г. Левчук¹, к. т. н.

ВПЛИВ МІСЦЯ УСТАНОВКИ АМОРТИЗАТОРА НА ПОКАЗНИКИ УДАРНОГО ІМПУЛЬСУ АВАРІЙНОГО КОМПОНУВАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ

En

The article, based on the developed nonlinear mathematical and computer models of the work of the drill string with the hammer mechanism, which is used to eliminate sticking drilling tool, conducted research on the location of the shock absorber shock pulse in the place of strike and place of sticking. Produced by numerical calculations of the duration of impact, impact forces and impulses accumulated elastic strain and lost as a result of the impact energy. For different values of the impact mechanism stroke analyzed the influence of the installation site on the performance of the shock absorber.

Ru

В статье, на основании разработанной нелинейной математической и компьютерной модели работы буровой колонны с ударным механизмом, который используют для ликвидации прихватов бурового инструмента, проведены исследования места установки амортизатора на ударный импульс в месте нанесения удара и месте прихвата. Произведен численный расчёт длительности удара, ударных сил и импульсов, накопленной упругой деформации и потерянной в результате удара энергии. Проанализировано влияние места установки амортизатора при различных значениях хода ударного механизма на эффективность его работы.

Вступ

Прихоплення бурових колон і викликані ними аварії під час буріння постійно супроводжували і, найвірогідніше, будуть і надалі супроводжувати прокладання глибоких свердловин. Переважна більшість прихоплень безпосередньо або опосередковано пов'язана із жолобоутвореннями: заклинювання труб й прихоплення під дією перепаду тиску [1, 2].

Аналіз аварій та ускладнень, пов'язаних із жолобоутворенням, показав, що, незважаючи на тенденцію зменшення витрат часу на ліквідацію наслідків аварій й ускладнень, часові затрати на ліквідацію прихоплень переважає сотні годин на кожен кілометр проходки. Незважаючи на значну кількість патентів та публікацій, присвячених роботі бурових ясів, які застосовують для ліквідації прихоплень інструменту при бурінні глибоких нафтових і газових свердловин, розробка науково обґрунтованих засобів з ліквідації прихоплень залишається актуальною задачею [3, 4].

¹ Івано-Франківський інститут нафти і газу

І нині найрозповсюдженішими залишаються механічні ударні пристрої, що реалізують енергію пружної деформації бурильної колони (БК), оскільки відрізняються найбільш простою конструкцією.

Традиційно для накопичення енергії пружної деформації використовують бурильну колону. Потужність динамічних навантажень, які здатні передавати бурильні труби на прихоплений інструмент, в значній мірі залежить від загальної довжини БК. З метою збільшення накопичуваної потенціальної енергії та зменшення вібрацій БК пропонується в обважену бурильну трубу (ОБТ) вмонтувати амортизатор.

Тому на значних глибинах бурових свердловин (понад 200-250 м для бурильних труб діаметром до 50 мм і понад 400-500 м при діаметрі понад 89 мм) використання амортизатора може значно згладити вібрації бурильного інструменту, а на неглибоких свердловинах – дозволить значно більше накопичити потенціальної енергії [5].

Постановка задачі

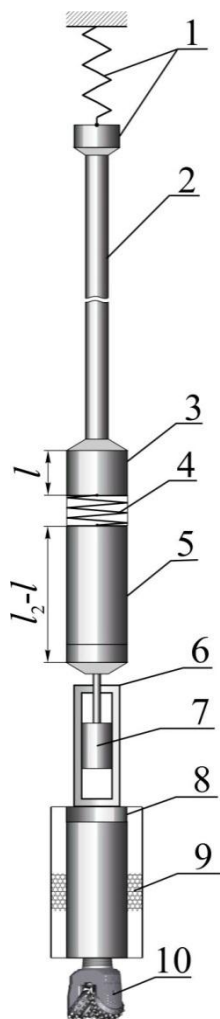
Запропонована стаття присвячена дослідженню залежностей динамічних характеристик ударного механізму від місця установки амортизатора в секції обваженої бурильної труби (ОБТ). Для можливості проведення таких досліджень з розміщення амортизатора необхідна розробка алгоритму побудови діаграм ударних імпульсів у місці нанесення удару та в місці прихоплення БК.

Задача дослідження – на основі розробленої математичної та комп'ютерної моделей [6] динаміки поздовжніх коливань бурильної колони з амортизатором полягає у виробленні рекомендацій визначення місця установки амортизатора для ефективного вивільнення БК.

Вивчення динамічних режимів роботи ударного механізму (УМ) ґрунтується на застосуванні чисельних методів розв'язку та методів математичного і функціонального аналізів. Для розробки практичних рекомендацій раціонального вибору місця установки амортизатора в ОБТ використані методи аналізу результатів моделювання динамічних процесів у механічній системі: талевий блок-бурильна колона-ударний механізм.

Крайові умови для системи диференціальних рівнянь руху бурильної колони з амортизатором

Механічна система БК із вмонтованим в ОБТ амортизатором показано на рис. 1. Для вивчення динаміки такої бурильної колони скористаємось розробленою математичною моделлю, що являє собою систему рівнянь математичної фізики й описуються теорією локальних деформацій, представленою в роботі [7].



- 1 – талевий блок,
 2 – перша секція БК,
 3 – верхня частина ОБТ,
 4 – амортизатор,
 5 – нижня частина ОБТ,
 6 – ковадло,
 7 – бойок,
 8 – третя секція БК,
 9 – прихоплена частина БК,
 10 – долото

Рис. 1. Ударний механізм БК з амортизатором

До динамічних рівнянь руху бурової колоні додамо крайові умови її руху. Запишемо крайові умови БК на кінцях і стику секцій труб. Рух верхнього кінця ($x_1 = 0$) зумовлений поступальним рухом елементів талевого блоку $u_1(0, t)$ масою m_0 і жорсткістю c_0 .

На верхньому торці першої секції компонування бурової колоні

$$EF_1 u_1'(0, t) - c_0 u_1(0, t) = m_0 [a_1^2 u_1''(0, t) - g]. \quad (1)$$

У місці контакту першої секції БК і ОБТ деформації однакові, тому

$$u_1(l_1, t) = u_2(0, t). \quad (2)$$

Сили пружності на межі першої секції БК і ОБТ врівноважуються силами взаємодії БК з промивальною рідиною

$$E_1 F_1 u_1'(l_1, t) = E_2 F_2 u_2'(0, t) + q(F_2 - F_1) g l_1. \quad (3)$$

У місці кріплення амортизатора до верхньої та нижньої частин ОБТ врівноважуються їхні сили пружності відповідно

$$\begin{aligned} E_2 F_2 u_2'(l, t) &= c_a [u_3(0, t) - u_2(l, t)], \\ E_2 F_2 u_3'(0, t) &= c_a [u_3(0, t) - u_2(l, t)]. \end{aligned} \quad (4)$$

На нижньому кінці ОБТ сила пружності врівноважується силою взаємодії БК з промивальною рідиною

$$E_2 u_3'(l_2 - l, t) = -qg [l_1 + l_2 + u_3(0, t) - u_2(l, t)]. \quad (5)$$

На верхньому торці третьої секції компоновання бурильної колони сила пружності врівноважується силою взаємодії БК з промивальною рідиною

$$E_3 u_4'(0, t) = -qg [l_1 + l_2 + u_3(0, t) - u_2(l, t)]. \quad (6)$$

У місці контакту третьої і прихопленої секцій БК деформації однакові, тому

$$l \ u_4(l_3, t) = u_5(0, t). \quad (7)$$

Сили пружності на межі третьої і прихопленої секцій БК врівноважуються силами взаємодії БК з промивальною рідиною

$$E_3 F_3 u_4'(l_3, t) = E_4 F_4 u_5'(0, t) + q(F_4 - F_3)g [l_1 + l_2 + u_3(0, t) - u_2(l, t) + l_3]. \quad (8)$$

Перерізи бурильних труб у прихопленій частині четвертої секції БК не переміщуються і не деформуються

$$u_5(l_{01}, t) = u_5(l_{02}, t) = 0; \quad u_5'(l_{01}, t) = u_5'(l_{02}, t) = 0. \quad (9)$$

На нижньому торці низу компоновання бурильної колони сила пружності врівноважується силою взаємодії БК з промивальною рідиною

$$E_4 u_5'(l_4, t) = -qg [l_1 + l_2 + u_3(0, t) - u_2(l, t) + l_3 + l_4]. \quad (10)$$

Рівняння частот бурильної колони з амортизатором

Покажемо вплив параметрів амортизатора на частотні спектри БК. Рівняння частот коливань БК отримують із загального розв'язку системи однорідних диференціальних рівнянь, що відповідають системі неоднорідних рівнянь з однорідними крайовими умовами, що відповідають неоднорідним умовам (1)-(10). Поставлену задачу шукатимемо методом Фур'є, тобто запишемо загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь [8] у вигляді

$$u_i(x_i, t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = \overline{1, 5}. \quad (11)$$

Після підстановки (11) в (6), отримаємо загальний розв'язок у вигляді

$$X_i(x_i) = A1_i \sin(px_i/a_i) + A2_i \cos(px_i/a_i);$$

$$T_i(t) = e^{-ht} \left[B1 \sin\left(t\sqrt{p^2 - h_i^2}\right) + B2_i \cos\left(t\sqrt{p^2 - h_i^2}\right) \right]; \quad i = \overline{1,5}. \quad (12)$$

Шляхом підстановки виразів (12) у крайові умови (1)-(5) отримуємо наступну систему рівнянь

$$A1_1 p_{1k} F_1 a_1 \rho_1 - c_0 A2_1 = -m_0 p_{1k}^2 A2_1; \quad A1_{3k} = A2_{3k} \operatorname{tg}\left(p_{1k}(l_2 - l)/a_2\right);$$

$$A1_{1k} \sin(p_{1k} l_1/a_1) + A2_{1k} \cos(p_{1k} l_1/a_1) = A2_{2k};$$

$$F_1 \rho_1 a_1 \left[A1_{1k} \cos(p_{1k} l_1/a_1) - A2_{1k} \sin(p_{1k} l_1/a_1) \right] = F_2 \rho_2 a_2 A1_{2k}; \quad (13)$$

$$A1_{2k} \cos(p_{1k} l/a_2) - A2_{2k} \sin(p_{1k} l/a_2) = A1_{3k};$$

$$A2_{3k} - A1_{3k} p_{1k} \rho_2 a_2/c_a = A1_{2k} \sin(p_{1k} l/a_2) + A2_{2k} \cos(p_{1k} l/a_2).$$

Прирівнявши до нуля визначник системи із шести рівнянь (13), отримуємо перше рівняння частот

$$\left[\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{a_1 F_1 \rho_1 p_{1k}} \sin\left(\frac{p_{1k} l}{a_1}\right) + \cos\left(\frac{p_{1k} l}{a_1}\right) \right] \left[c_a - F_2 \rho_2 a_2 p_{1k} \operatorname{tg}\left(\frac{p_{1k}(l_2 - l)}{a_2}\right) \right] =$$

$$= \left[\sin\left(\frac{p_{1k} l}{a_1}\right) \left(\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{a_2 F_2 \rho_2 p_{1k}} \cos\left(\frac{p_{1k} l_1}{a_1}\right) - \frac{F_1}{F_2} \sin\left(\frac{p_{1k} l_1}{a_1}\right) \right) + \cos\left(\frac{p_{1k} l}{a_1}\right) \times \right. \quad (14)$$

$$\left. \times \left(\frac{c_0 - m_0 p_{1k}^2}{a_1 F_1 \rho_1 p_{1k}} \sin\left(\frac{p_{1k} l_1}{a_1}\right) + \cos\left(\frac{p_{1k} l_1}{a_1}\right) \right) \right] \left[c_a + F_2 \rho_2 a_2 p_{1k} \operatorname{tg}\left(\frac{p_{1k}(l_2 - l)}{a_2}\right) \right].$$

Рівняння частот (14) – трансцендентні, які не мають розв'язків в елементарних функціях. Однак це рівняння містить тригонометричні функції, що є періодичними. Отже, розв'язок такого рівняння має нескінченну кількість коренів. Відразу зазначимо, що частоти коливань БК не кратні першій – основній частоті. Їх кратність у значній мірі залежить від параметрів талевого блока, жорсткості та місця розміщення амортизатора.

Частотний спектр можна визначати аналітично за допомогою наближених методів (малого параметра, послідовних наближень, асимптотичних, Релея, Рітца, Бубнова-Гальоркіна, кінцевих різниць або елементів, динамічних жорсткостей або податливостей) [9], більшість з яких реалізовані у чисельних комп'ютерних пакетах символічної математики [10].

Шляхом підстановки виразів (12) у крайові умови (6)-(8), (10) отримуємо наступну систему рівнянь

$$A1_{4k} = 0; \quad A1_{4k} \sin(p_{2k} l_3/a_3) + A2_{4k} \cos(p_{2k} l_3/a_3) = A2_{5k};$$

$$F_3 \rho_3 a_3 \left[A1_{4k} \cos(p_{2k} l_3/a_3) - A2_{4k} \sin(p_{2k} l_3/a_3) \right] = F_4 \rho_4 a_4 A1_{5k}; \quad (15)$$

$$A1_{5k} \cos(p_{2k} l_4/a_2) - A2_{5k} \sin(p_{2k} l_4/a_2) = 0.$$

Прирівнявши до нуля визначник системи із чотирьох рівнянь (15), отримуємо друге рівняння частот

$$F_3 \rho_3 a_3 p_{2k} \operatorname{tg}(p_{2k} l_3 / a_3) = -F_4 \rho_4 a_4 p_{2k} \operatorname{tg}(p_{2k} l_4 / a_4). \quad (16)$$

З нелінійних частотних рівнянь (14) і (16) знаходимо p_{1k} p_{2k} – частотні спектри коливань БК.

Варто зазначити, що рівняння частот (16) для прихопленої частини БК значно простіше за рівняння частот (14) для верхньої частини БК, в якій накопичується енергія з метою нанесення удару. До того ж, якщо прихоплена частина БК сконструйована з однакових труб ($F_3 = F_4 = F$, $\rho_3 = \rho_4 = \rho$, $E_3 = E_4 = E$), то частоти коливань низу БК кратні й визначаються залежністю $p_{2k} = \pi a k / (l_3 + l_4)$, де $a = \sqrt{E/\rho}$, $k = 1, 2, \dots, \infty$.

Дослідження впливу місця установки амортизатора на ударний імпульс бурильної колони

Внаслідок пружної деформації обох компоновок БК ударний пристрій концентрує кінетичну енергію у місці зустрічі бойка з ковадлом. Роботу такого пристрою можна описати двома циклами:

– *перший* – стискання або розтягування пружної БК. На цьому етапі верхня і нижня частини БК з'єднано за допомогою *замка*, який забезпечує фіксацію бойка, відбувається накопичення потенціальної енергії. Силу розчеплення замкової пари може регулювати буровик;

– *другий* – відбувається розмикання замкової пари, тобто бойок вивільняється. Здеформована БК розганяється, накопичена потенціальна енергія перетворюється у кінетичну. Верхня частина БК, до кінця якої жорстко прикріплено бойок, зближується з ковадлом, жорстко пов'язаним з прихопленою частиною БК, через яку і передається частина накопиченої та отриманої в результаті удару енергії [11, 12].

Після удару бойка по ковадлу верхня частина прихопленої БК отримує потенціальну енергію, оскільки охоплена ударною хвилею, а нижня зберігає початкову кінетичну енергію, так як ударна хвиля її ще не досягла. Отже, УМ динамічно передає енергію деформації, яку попередньо накопичила БК, прихопленій ділянці труби.

Таким чином, деформації секцій БК призводять до зміни миттєвих швидкостей, а завдяки хвильовому характеру розповсюдження деформацій поле швидкостей втрачає однорідність. Ті області, що охоплені хвилею деформацій, змінюють власну швидкість, а ті області, яких хвиля ще не досягла, – зберігають попередню швидкість.

Дослідження було проведено для бурильної колони з параметрами: $m_0 = 9855$ кг – зведена маса талевого блока; $c_0 = 53$ МН/м – коефіцієнт жорсткості талевих канатів; $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = 210$ ГПа – модуль пружності Юнга; $m_1 = 28,9$ кг, $m_2 = 161,86$ кг – маса першої та другої секцій БК відповідно; $D_1 = 127$ мм, $D_2 = 177,8$ мм, $d_1 = 107$ мм, $d_2 = 71,4$ мм – зовнішній та внутрішній діаметри першої та другої секцій БК відповідно; $F_1 = 36,76$ см², $F_2 = F_3 = F_4 = 208,25$ см² – площі поперечних перерізів секцій БК; $\rho_1 = 7862,5$ кг/м³, $\rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 7772,5$ кг/м³ – густини матеріалів, з яких виготовлено бурильні труби; $l_1 = 1350$ м, $l_2 = 150$ м, $l_3 = 1$ м, $l_4 = 20$ м – довжини секцій БК; $\alpha_1 = 43,9$ кг/с, $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 250$ кг/с – коефіцієнт в'язкого тертя секцій БК; $q = 1200$ кг/м³ – густина промивальної рідини; $F_0 = 0,6$ МН/м – інтенсивність розподіленої прихоплювальної сили; $f_0 = 0,3$ – коефіцієнт сухого тертя БК об кірку свердловини; $c_a = 14$ МН/м – жорсткість амортизатора.

Випробування було проведено для різних значень ходу бойка s . Результати для $s = 15$ см зведено до табл. 1, а для $s = 30$ см – до табл. 2. Хвильові діаграми ударних імпульсів, що спричинені УМ у місці прихоплення, наочно проілюстровано на рис. 1 ($s = 15$ см) та рис. 2 ($s = 30$ см).

Таблиця 1.

Динамічні характеристики прихопленої БК ($s = 15$ см)

l , м	τ , сек.	ударна сила, кН		ударний імпульс, кН·с		кількість ударів	енергія, кДж	
		$Q_{y\delta}$	Q_{pr}	$S_{y\delta}$	S_{pr}		T	A_{pr}
10	0,157	3560	449	64,68	50,64	379	829	0,867
15	0,157	3171	420	63,62	48,94	160	760	2,133
25	0,157	2626	487	58,90	48,12	235	672	1,908
30	0,157	2453	3689	59,70	47,80	187	652	1,757
35	0,157	2421	268	47,06	34,54	170	419	3,946
40	0,157	2168	743	65,28	55,68	94	634	3,834
45	0,157	2056	506	61,74	50,70	92	631	3,883
50	0,153	663	750	55,94	52,36	89	1566	4,382
60	0,153	1261	988	65,38	56,98	56	1108	7,797
65	0,153	1126	992	70,26	59,70	40	721	12,63
70	0,051	348	523	2,988	2,354	59	1558	1,980
75	0,153	1200	1435	67,30	64,46	33	1368	16,96

Розділ 2. Механіка

l , м	τ , сек.	ударна сила, кН		ударний імпульс, кН·с		кількість ударів	енергія, кДж	
		$Q_{y\delta}$	Q_{pr}	$S_{y\delta}$	S_{pr}		T	A_{pr}
85	0,153	1493	688	65,34	50,34	102	956	3,893
90	0,153	1537	598	66,12	50,60	145	1044	2,392
95	0,153	1173	1400	68,18	64,38	34	1349	16,02
100	0,153	1797	736	67,16	42,28	30	1184	17,29
105	0,153	2117	1411	90,42	63,94	20	1502	36,11
110	0,153	1449	966	112,7	109,2	36	160	12,66
115	0,153	4538	2406	130,0	88,44	10	2147	127,8
125	0,153	3473	2417	133,1	87,92	10	7901	101,8
130	0,153	3498	1764	121,2	72,36	13	3874	71,93
135	0,153	797	919	63,2	58,74	17	1257	7,674
145	0,153	6629	2860	188,6	89,28	7	1323	220,9

Таблиця 2.

Динамічні характеристики прихопленої БК ($s = 30$ см)

l , м	τ , сек.	ударна сила, кН		ударний імпульс, кН·с		кількість ударів	енергія, кДж	
		$Q_{y\delta}$	Q_{pr}	$S_{y\delta}$	S_{pr}		T	A_{pr}
5	0,153	1110	1400	34,06	32,12	26	1322	16,61
10	0,149	3603	788	98,16	87,66	50	1710	9,19
15	0,157	3006	542	54,02	41,72	133	1569	4,263
20	0,157	495	548	45,80	45,50	147	1441	3,386
25	0,157	2480	450	60,84	49,90	378	1396	0,971
30	0,157	2277	419	60,96	50,64	697	1347	0,379
35	0,157	2240	830	66,08	56,06	75	950	5,272
40	0,149	2016	1811	79,22	69,70	25	1316	27,14
45	0,157	1931	681	62,62	52,78	107	1317	3,515
50	0,153	5478	5758	52,96	50,52	163	1340	2,091
55	0,153	492	378	49,46	47,24	393	1257	0,918
60	0,153	791	988	58,16	58,20	73	1108	5,293
65	0,153	1551	1885	89,54	77,92	21	1425	35,86
70	0,153	1081	493	34,74	26,28	106	1433	1,952

$l, \text{ м}$	$\tau, \text{ сек.}$	ударна сила, кН		ударний імпульс, кН·с		кількість ударів	енергія, кДж	
		$Q_{y\delta}$	Q_{pr}	$S_{y\delta}$	S_{pr}		T	A_{pr}
75	0,153	567	391	51,40	47,90	260	639	1,173
80	0,153	1886	454	67,78	47,76	346	1886	1,183
85	0,153	1924	1396	82,98	62,50	34	1841	16,36
90	0,153	2025	537	71,94	50,22	201	2024	1,576
100	0,153	2417	1922	99,20	72,42	23	2538	30,77
105	0,153	2567	1137	87,14	50,60	19	2899	35,88
115	0,153	5017	2148	126,9	84,42	10	3567	122,5
125	0,153	3520	1498	120,3	70,22	14	20000	58,99
130	0,153	4595	2251	150,9	85,56	10	7022	119,5

Варто зазначити, що після удару бойка по ковадлу ударний імпульс до місця прихоплення БК з'являється із запізненням. Тривалість такого запізнення залежить від загальної відстані між ковадлом і місцем прихоплення БК та фізичних властивостей породи стовбура свердловини, тобто визначається тривалістю проходження хвилі до місця прихоплення.

Таким чином, тривалість ударного імпульсу в місці прихоплення перевищує тривалість безпосереднього контакту бойка з ковадлом.

Проведені дослідження показали, що для ефективної роботи ударного пристрою необхідно враховувати відразу декілька факторів: швидкість вивільнення бурильної колони, максимальні силу удару бойка по ковадлу та в місці прихоплення, величину і зміну в часі ударного імпульсу. У разі розміщення амортизатора внизу ОБТ позбутися аварії вдасться швидше, але разом з тим різко зростає максимум ударної сили, що може призвести до наближення порогу міцності бурильних труб. Якщо вмонтувати амортизатор ближче до верху ОБТ, то хоча максимум ударних сил менший майже вдвічі, але кількість ударів, необхідних для ліквідації аварії, зростає в десятки разів.

Найдоцільніше амортизатор розміщувати на відстані $0,4 \div 0,45$ від довжини ОБТ. У цьому випадку максимальна ударна сила задовольнятиме умову міцності ОБТ, понад 85% ударного імпульсу передається від УМ до місця прихоплення.

Побудовані хвильові діаграми (рис. 2 і рис. 3) наочно ілюструють величину і характер зміни ударних імпульсів, що передаються в зону прихоплення БК в залежності від місця розміщення амортизатора на ОБТ. Якщо амортизатор вмонтовано на верхній частині ОБТ, то ударний імпульс має один максимум на початку і з часом швидко згасає. У випадку опускання амортизатора максимальна ударна сила зменшується, а нижче

за 0,35 довжини ОБТ максимум настає пізніше, більше того – з'являється ще і другий максимум в кінці другої фази удару.

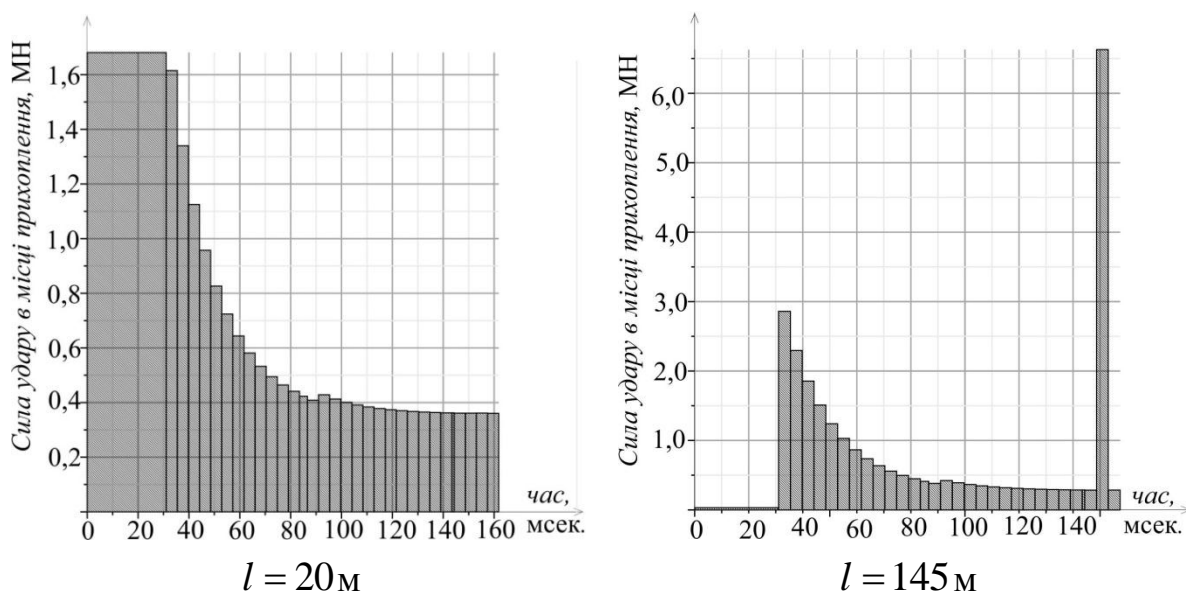


Рис. 2. Ударний імпульс плоскої хвилі БК в місці прихоплення ($s = 15\text{ см}$)

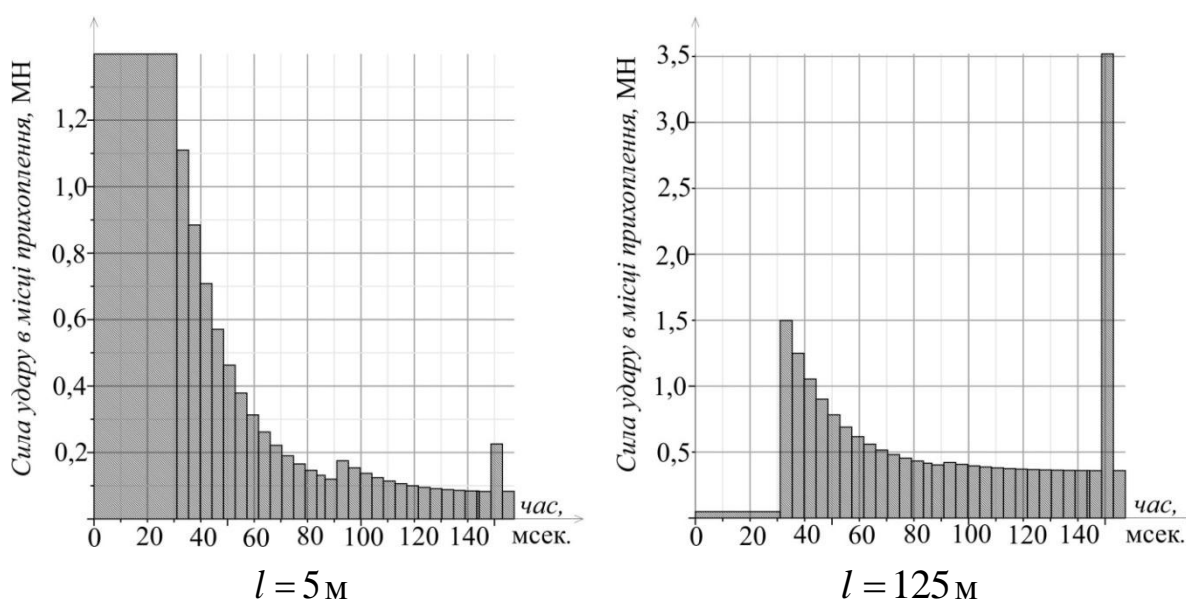


Рис. 3. Ударний імпульс плоскої хвилі БК в місці прихоплення ($s = 30\text{ см}$)

Висновки

Чисельні розрахунки динамічних характеристик ударного механізму, який застосовується для вивільнення прихопленого бурильного інструменту в залежності від місця розміщення амортизатора в обважненій бурильній трубі показали:

1. Амортизатор мало впливає на тривалість удару.
2. Ударні сили досягають свого максимального значення при розміщенні

амортизатора якнайближче до низу ОБТ.

3. Ударний імпульс має найбільше значення у випадку розміщення амортизатора у верхній та нижній частині ОБТ.
4. Недоцільно розміщувати амортизатор у верхній частині ОБТ, оскільки не вдасться швидко ліквідувати аварію.
5. Найдоцільніше розміщувати амортизатор на відстані 0,4 від довжини ОБТ, що забезпечить збереження міцності бурильних труб та досить швидшу ліквідацію аварії на буровій.

Отримані результати досліджень будуть корисними при ліквідації прихоплень бурильного інструменту, розробки УМ з амортизаторами.

Список використаної літератури

1. Дудля Н. А. Аварии при бурении скважин: учебник /Н. А. Дудля, Тайнин Янь, А. Я. Третьяк. – Днепропетровск: Нац. горный ун-т, 2005. – 287 с.
2. Ясов В. Г. Осложнения в бурении: справочное пособие / В. Г. Ясов М. А. Мыслюк. – М.: Недра, 1991. – 334 с.
3. Харченко Є. В. Дослідження динаміки вивільнення прихопленої колони труб /Є. В. Харченко, А. В. Гутий // Технічні вісті. – 2007. №1(25), 2(26). – С. 28-32.
4. Патент 90458, Україна, МПК E21B 31/107(2006.01). Чарковський В. М., Ткачук В. В. Механічний яс. Заявник і патентовласник Ів.-Франк. нац. техн. ун-т нафти і газу. № a200604812; заявлено 03.05.2006; опубл. 11.05.2010; Бюл. № 9.
5. Огородніков П. І. Побудова динамічної моделі бурильної колони з врахуванням дії ширококутових вібрацій, що генерує долото при бурінні / П. І. Огородніков, В. М. Світлицький // Інтегровані технології та енергозбереження. – 2009. – №3. – С. 23-33.
6. Мойсишин В. М. Математична модель ліквідації прихоплень бурильної колони ударним способом / В. М. Мойсишин, К. Г. Левчук // Вібрації в техніці та технологіях: всеукраїнський науково-технічний журнал.– Збірник праць Вінницького національного аграрного університету. – 2014. – Випуск 3 (75). – С. 84-93.
7. Левчук К. Г. Вплив обважнених бурильних труб на спектр поздовжніх коливань бурильного інструменту // Збірник «Механіка гіроскопічних систем». К., 2014. Вип.28. – С. 82-91.
8. Свешников А. Г. Лекции по математической физике / А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов. – М: Московский ун-т, «Наука», 2004. – 351 с.
9. Кузнецов Е. А. Методы математической физики: курс лекций / Е. А. Кузнецов., Д. А. Шапиро. – Новосибирск. гос. ун-т, 2011. Ч. I. – 131 с.

10. *Аладьев В. З.* Программирование в пакетах Maple и Mathematica: Сравнительный аспект / В. З. Аладьев, В. К. Бойко, Е. А. Ровба. – Гродно: Гродненский госуниверситет, 2011. – 517 с.
11. *Харченко Є. В.* Дослідження динаміки вивільнення прихопленої колони труб / Є. В. Харченко, А. В. Гутий // Технічні вісті. – 2007. №1(25), 2(26). – С. 28-32.
12. *Чарковський В. М.* Про можливість застосування технології дискретно-розподілених ударних навантажень в КНБК для попередження заклинювань під час буріння свердловин / Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2014. №2(51) – С. 37-44.