

УДК 621.396.988.6

DOI: <http://doi.org/10.20535/2219-3804202019194409>**В. В. Аврутов¹**, доцент, к.т.н.

ВИЗНАЧЕННЯ ПОЧАТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ КООРДИНАТ МІСЦЕЗНАХОДЖЕННЯ ІНЕРЦІАЛЬНИМИ МЕТОДАМИ

En

The main purpose of navigational instruments and systems is to determine an object position or to find a way from one place to another. The methods of autonomous determination of the initial values of the object latitude and longitude are considered in the paper. These methods use a strap-down inertial technology, in which an inertial measurement unit (IMU) consisting of three accelerometers and three gyros - angular velocity sensors is used. To determine the initial longitude of a place, it is necessary to know the latitude of the current position, the reference point coordinates, and its azimuth. The error models for determination of the initial latitude and longitude are developed. The error of the autonomous determination of the initial latitude depends on the gyroscopes and accelerometers errors, and the error in the autonomous determination of the initial longitude depends on the errors of the determination of the latitude and azimuth of the reference point. The computing results have shown that practical implementation of this method requires sufficiently accurate gyroscopes and navigation accelerometers.

Ru

Рассматриваются способы автономного определения начальных значений широты и долготы объекта. Данные способы используют бесплатформенную инерциальную технологию, при которой применяется инерциальноизмерительный модуль (ИИМ), состоящий из трех акселерометров и трех гироскопов – датчиков угловой скорости. Разработаны модели погрешности определения начальной широты и долготы. Погрешность автономного определения начальной широты зависит от погрешностей гироскопов и акселерометров, а погрешность автономного определения начальной долготы – от погрешностей определения широты и азимута реперной точки.

¹ КПИ ім. Ігоря Сікорського

Вступ

Як відомо, завданням навігаційних засобів і систем є визначення координат місця розташування або побудова маршруту шляху із однієї точки до іншої. Земні (морські, авіаційні та наземні) рухомі об'єкти і космічні апарати мають свої навігаційні засоби і системи. Крім того, навігаційні системи кожного виду транспортного засобу можуть бути побудовані на різних фізичних принципах.

Для нормальної роботи інерціальних навігаційних систем необхідно мати початкові значення координат місця розташування. Зазвичай ці значення є відомими, якщо рух транспортних засобів здійснюється із місць за відомими координатами (аеропорти, космодроми або морські порти). Якщо ж об'єкт стартує з нових місць із невідомими координатами, то початкові значення координат місця можна визначити, використовуючи астрономічні засоби, або, застосовуючи приймач супутникової навігаційної системи або засоби радіозв'язку.

Однак астрономічні методи залежать від погодних умов, а нормальна робота супутникових засобів і засобів радіозв'язку може бути порушена системами радіоелектронної боротьби.

Крім початкових значень координат місця розташування, для нормальної роботи безплатформових інерціальних навігаційних систем (БІНС) потрібне їх виставлення, під час якого визнають початкові значення кутів орієнтації об'єкта – азимута і кутів нахилу відносно площини горизонту. Для виставлення БІНС буває необхідно знати початкову широту місця.

Першим автономним засобом визначення широти є гірошкір – гіроскоп Фуко II роду (1852). Однак необхідні попередні умови для побудови гірошкірота ускладнюють його практичну реалізацію [1].

Другим автономним засобом визначення широти є безкарданний гірошкіроткомпас [2], у якого визначення широти базується на формулі:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\Omega} \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}, \quad (1)$$

де ω_x, ω_y – горизонтальні проекції північної складової кутової швидкості Землі $\Omega \cos \varphi$, що вимірюються двома гіроскопами, які працюють у режимі датчиків кутової швидкості:

$$\omega_x = \Omega \cos \varphi \cdot \cos \psi,$$

$$\omega_y = \Omega \cos \varphi \cdot \sin \psi,$$

або вимірюються одним гіроскопом, що динамічно настроюється, із вертикально розташованою віссю обертання ротора, Ω – кутова швидкість обертання Землі, φ – широта, ψ – поточний кут курсу.

Однак, у цьому випадку необхідно або попередньо горизонтувати площадку, на якій розташовані гіроскопи, або аналітично врахувати нахил площадки щодо площини горизонту.

Під час визначення довготи на наземних і морських рухомих об'єктах використовуються методи зчислення шляху, методи триангуляції і сферичної тригонометрії [4, 5]. Слід зазначити, що якщо визначення початкової широти, курсу або азимута дозволяють досягти автономності, то фізично здійснити повністю автономне визначення довготи не вдається через суб'єктивно призначеного Гринвічського меридіана, щодо якого відбувається відлік довготи.

Постановка задачі

Метою роботи є опис методів автономного визначення початкових значень широти та довготи.

Опис методу визначення початкової широти

Найбільш універсальним автономним методом визначення широти є використання інерціально-вимірювального модуля (ІВМ) і навігаційного комп'ютера [3]. ІВМ повинен містити як мінімум три акселерометра, три гіроскопа – датчика кутової швидкості, а також сервісні електронні схеми. Введемо в розгляд наступні системи координат: $O\xi\eta\zeta$ – географічна система координат (рис.1), причому вісь $O\eta$ спрямована на північ, вісь $O\xi$ – на схід, а $O\zeta$ – місцева вертикаль, $Oxyz$ – система координат, пов'язана з інерціально-вимірювальним модулем (ІВМ).

Позначимо через φ – широту місця, \vec{g} – вектор прискорення сили тяжіння, $\vec{\Omega}$ – вектор кутової швидкості обертання Землі.

Згідно із скалярним добутком двох векторів:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{g} = \Omega \cdot g \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right), \quad (1)$$

де $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – модуль прискорення сили тяжіння,

$\Omega = 15,04 \text{ град/год}$ – модуль кутової швидкості обертання Землі.

З іншого боку, ліву частину виразу (1) можна представити у вигляді:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{g} = \Omega_x \cdot g_x + \Omega_y \cdot g_y + \Omega_z \cdot g_z, \quad (2)$$

де $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ – проекції кутової швидкості обертання Землі на вісі $Oxyz$, g_x, g_y, g_z – проекції прискорення сили тяжіння на ті ж самі вісі.

Порівнюючи праві частини виразів (1) і (2), отримаємо

$$\sin \varphi = -\frac{1}{\Omega \cdot g} (\Omega_x \cdot g_x + \Omega_y \cdot g_y + \Omega_z \cdot g_z). \quad (3)$$

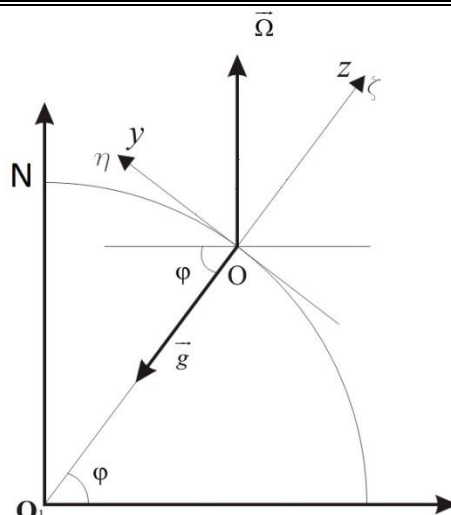


Рис. 1. Положення ІВМ відносно Землі

Із останнього виразу отримаємо шуканий вираз для широти місця:

$$\varphi = -\arcsin \left[\frac{1}{\Omega \cdot g} (\Omega_x \cdot g_x + \Omega_y \cdot g_y + \Omega_z \cdot g_z) \right]. \quad (4)$$

Отже, для обчислення широти місця необхідно знати значення проєкцій кутової швидкості обертання Землі і проєкції прискорення сили тяжіння на осі, пов'язані із ІВМ.

Для перевірки справедливості останнього виразу будемо вважати, що вісі ІВМ збігаються з осями географічної системи координат: $Ox = O\xi$, $Oy = O\eta$, $Oz = O\zeta$. В цьому випадку

$$\Omega_x = 0, \quad \Omega_y = \Omega \cos \varphi, \quad \Omega_z = \Omega \sin \varphi, \quad g_x = g_y = 0, \quad g_z = -g.$$

Підставляючи останні значення у формулу (3) отримаємо тривіальний вираз $\sin \varphi = \sin \varphi$.

У роботі [3] на основі формули (3) отримана модель похибки автономного визначення початкової широти і пред'явлені вимоги до точності гіроскопів і акселерометрів. Показано, що нахили площини підстави щодо площини горизонту і зміщення ІВМ щодо площини меридіана не впливають на визначення початкової широти. Результати експерименту показали працездатність автономного визначення початкової широти.

Опис методу визначення початкової довготи

Нехай положення об'єкта на земному сфероїді визначається довготою λ , широтою φ та радіусом Землі R .

Скористаємося відомими співвідношеннями між швидкістю зміни широти та довготи і швидкістю руху об'єкта [6]:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_N}{R}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{v_E}{R \cos \varphi}. \quad (5)$$

Тут $v_N = v \cdot \cos K$, $v_E = v \cdot \sin K$, v – швидкість, K – курс об'єкта.

Розглядаючи спільно дані рівняння, отримаємо

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \operatorname{ctg} K \cdot \cos \varphi. \quad (6)$$

Поділяючи перемінні і переходячи від кута курсу до фіксованого кута азимута A реперної точки, після інтегрування будемо мати точне рішення диференціального рівняння:

$$\lambda = \lambda_0 + \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} \right| \cdot \operatorname{tg} A. \quad (7)$$

Тут λ_0, φ_0 – відомі координати реперної точки.

На рис. 2 відображено положення реперної точки M_0 із відомими координатами λ_0, φ_0 . Поточну широту φ точки M можна виміряти за допомогою автономного методу визначення широти на нерухомій основі [3]. Довгота місця λ визначається згідно формул (7). Азимут A реперної точки M_0 можна виміряти за допомогою ІВМ у режимі аналітичного гірокомпасування [7].

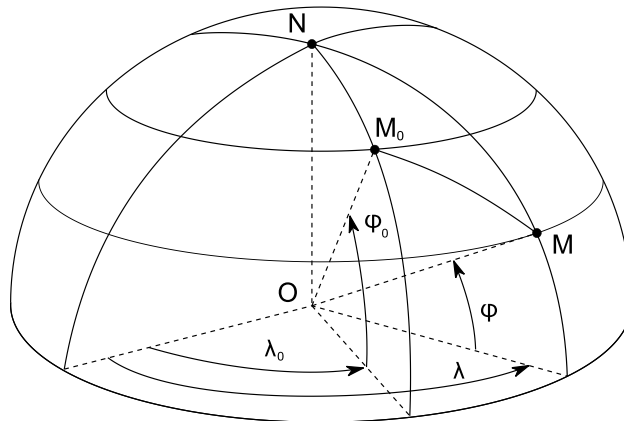


Рис. 2. Положення реперної точки M_0 та поточне положення точки M

Із точністю до першого члена розкладання у ряд Тейлора останній вираз можна перетворити до вигляду

$$\lambda \approx \lambda_0 + \frac{2 \sin \left(\frac{\varphi - \varphi_0}{2} \right)}{\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \cdot \operatorname{tg} A. \quad (8)$$

Слід зазначити, що даний наближений вираз практично збігається із наближеним виразом для різниці довготи, отриманим для аналітичного обчислення шляху із використанням теореми про середнє значення інтеграла [4]:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\varphi}{\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \cdot \operatorname{tg} A, \quad (9)$$

де $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$.

Таким чином, для визначення початкового значення довготи λ потрібне знання координат реперної точки λ_0, φ_0 , її азимута A , виміряного за поточного положення і широти поточного положення φ . Якщо азимут точки репера можна виміряти методами аналітичного або фізичного гірокомпасування, то широту – за допомогою описаного вище методу автономного визначення широти.

На рис. 3 зображено графік абсолютної похибки розрахунку різниці довготи, обчисленої за формулами (7) і (8) у залежності від азимута.

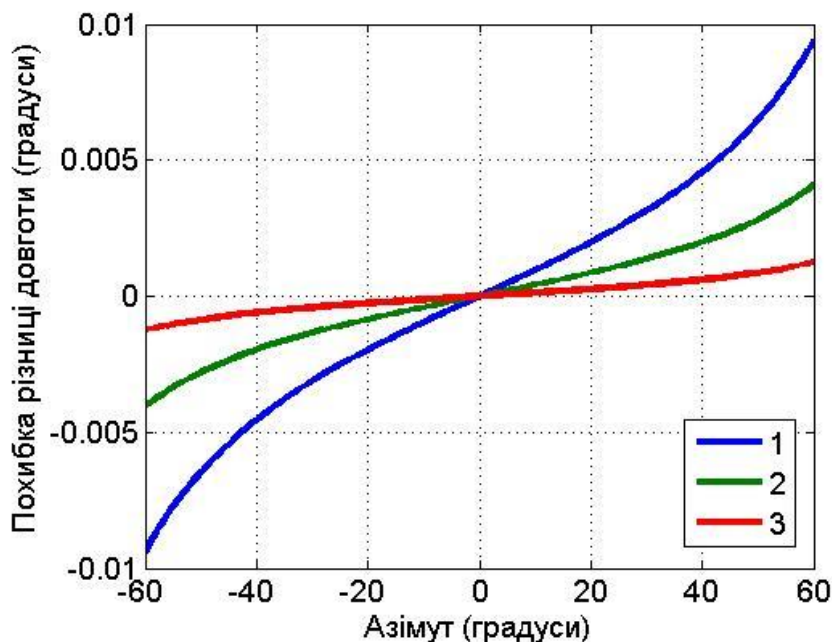


Рис. 3. Похибка розрахунку різниці довготи, обчисленої за формулами (5) і (6) у залежності від азимута

Криві 1, 2, 3 розраховані для значень широти 46° , 47° і 48° відповідно за $\varphi_0 = 50^\circ$. Очевидно, що похибка обчислення різниці довготи збільшується зі збільшенням відстані від точки репера. Таким чином, використання точної формули (7) переважніше у порівнянні за формулою (8) у разі збільшення різниці широт або відстані між поточним положенням і положенням репера.

Запишемо формулу (7) через різницю довготи $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ у такому вигляді

$$\Delta\lambda = \ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right| \cdot \operatorname{tg}A, \quad (10)$$

Розкладаючи у ряд Тейлора вираз (10), можна отримати вираз для похибки визначення різниці довготи:

$$\delta\lambda = \ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right| \cdot \frac{\delta A}{\cos^2 A} + \frac{\operatorname{tg}A}{\cos \varphi} \cdot \delta\varphi. \quad (11)$$

Тут δA , $\delta\varphi$ – похибки визначення азимуту і широти відповідно.

У табл. 1 представлені розрахункові значення похибки визначення різниці довготи (9) при різних значеннях похибки визначення азимуту і широти за $\lambda_0 = 30^\circ$, $\varphi_0 = 50^\circ$, $\varphi = 48^\circ$ и $A = -58^\circ$.

Отже, похибка визначення довготи залежить від похибок визначення азимуту і широти.

Таблиця 1.

Розрахункові значення похибки визначення різниці довготи

δA , кут. хв.	$\delta\varphi$, кут. хв.	$\delta\lambda$, кут. хв.
1	3	-7,36
3	5	-12,53
5	7	-17,68
7	9	-22,85
9	11	-28,01
11	13	-33,17

Висновки

Запропоновано автономний метод визначення початкових координат місця на нерухомій підставі. Для цього необхідно мати ІВМ, який містить ортогонально розташовані три акселерометра і три гіроскопа. В основі методу лежить автономний метод визначення початкової широти і азимута. Для визначення початкової довготи місця необхідно знати широту місця, координати точки репера, і її азимут.

Розроблено модель похибки визначення довготи місця, яка показала, що основними причинами її виникнення є похибки визначення широти і азимута.

Список використаної літератури

1. *V. V. Avrutov, S. V. Golovach, V. V. Tsisarzh.* Strapdown Gyro Latitude Finder/ Proceedings of the 2018 IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). – pp. 511–514.
2. Патент Российской Федерации № 2 572 651 от 09/09/2014.
3. *Аврутов В. В.* Автономное определение начальной широты с помощью инерциально-измерительного модуля // Прикл. механика. – 2018. – 54, №5. – с. 116–122.
4. *Михайлов В. С.* Навигация и лоция/ В. С. Михайлов, В. Г. Кудрявцев, В. С. Давыдов. – Киев, 2009. – 618 с.
5. *Бромберг П. В.* Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
6. *Одинцов А. А.* Теория и расчет гироскопических приборов. – К.: Вища школа, 1985. – 392 с.
7. *Avrutov V. V., Buhaiov D. V., Meleshko V. V.* “Gyrocompassing Mode of the Attitude and Heading Reference System”. Proceedings of the IEEE/APUAVD–2017, October 17–19, 2017, Kiev, Ukraine, pp. 134–138.